Theoretisch-praktischer

Unterricht im Rechnen

zunächst für die

Unteroffiziers-Adspiranten-Schulen der deutschen Armee.

München 1876.
Verlag der J. Lindauer'schen Buchhandlung.
(Schöpping.)

Theoretisch-praktischer

Unterricht im Rechnen

zunächst für die

Unteroffiziers-Adspiranten-Schulen
der deutschen Armee.

München 1876.
Verlag der J. Lindauer'schen Buchhandlung.
(Schöpping)

Vorwort.

In dem vorliegenden Leitfaden glaube ich die Anfangsgründe der Arithmetik als Unterrichtsgegenstand an Unteroffiziers-Adspiranten-Schulen des deutschen Heeres in ein systematisches Ganze gebracht zu haben. Bei Abfassung desselben habe ich mein Augenmerk darauf gerichtet, den jungen Kräften aus dem Arbeiterstande ein Handbuch zu schaffen, in welchem sie das früher Erlernte wieder in's Gedächtniß zurückrufen und sich mit dem metrischen Maß- und Gewichtssystem, sowie mit dem nunmehr unentbehrlichen Decimalbruchrechnen recht vertraut machen können.

In wie weit ich meine Absicht, etwas Nothwendiges zu schaffen, erreicht habe, überlasse ich einer geneigten Beurtheilung mit der Erklärung, daß mir berichtigende Angaben zu meinem Buche stets willkommen sind, und seinerzeit geeignete Berücksichtigung finden werden. —

Der angegebene Zweck bedingt es, daß das Werkchen nicht auf den Charakter eines vollständigen Lehrbuches der Arithmetik Anspruch machen kann. Es bleibt vielmehr dem Unterricht-Ertheilenden oder dem sich selbst Belehrenden

überlassen, je nach Bedürfniß den gegebenen Stoff aus anderen Hilfsquellen zu ergänzen.

Im Allgemeinen eine größere Uebereinstimmung in der Behandlung dieses Unterrichtszweiges herbeizuführen, ist die Absicht des Buches, und dürfte es aus diesem Grunde nicht unwillkommen geheißen werden.

München, im März 1876.

Inhalt.

Erste Abtheilung

Das Numeriren.

Zweite Abtheilung.

Die Rechnungsarten mit unbenannten Zahlen.

Erster Abschnitt.

Vom Zusammenzählen.

Anhang.

Erste Abtheilung.

Das Numeriren.

Erster Abschnitt.

Allgemeine Erklärungen.

a) Größenlehre.

Alle Gegenstände, die uns umgeben, haben bestimmte, wenn auch nicht allen Dingen gemeinschaftliche, Eigenschaften. Eine Eigenschaft aber gibt es, die allen Dingen zukömmt, es ist dieß eine gewisse Größe.

Seit undenklichen Zeiten hat man sich mit dieser allgemeinen Eigenschaft, und mit ihren Veränderungen an den Gegenständen, das ist mit ihrer Vermehrung und Verminderung beschäftigt.

Hiedurch ist eine eigene Wissenschaft entstanden, und diese heißt Größenlehre.

b) Einheit und Zahl.

Die Größe eines Dinges kann man einem Andern nur dadurch versinnlichen, daß man ihm angibt, wie vielmal es größer oder kleiner ist, als ein allgemein bekannter Gegenstand. Um z. B. die Größe eines Mannes anzugeben, sagt man wie viel Meter, Centimeter 2c. er mißt, indem die ungefähre Größe des Meters und Centimeters als jedem bekannt anzunehmen ist.

Jeder Gegenstand, welcher dazu dient, um die Größe von andern Gegenständen anzugeben, heißt Einheit, und die Angabe, wie oftmal eine Sache die Einheit enthält, heißt Zahl. Hievon kömmt zählen, d. h. untersuchen, wie vielmal sich in einer Sache die Einheit befindet.

Die Einheit muß zum Zählen auch passend gewählt sein, daher es für verschiedene Gegenstände auch verschiedene Einheiten gibt; die hauptsächlichsten sind:

Die Mark, als die Einheit des Geldes;

der Meter, als Einheit der Längen;

der Quadrat-Meter, zur Größenangabe von Flächen;

der Kubik-Meter, zur Größenangabe von Körpern, z. B. von Steinen, Holz 2c.;

der Liter, zur Angabe einer gewissen Menge von Körnerfrüchten und Flüssigkeiten 2c.;

das Pfund zur Angabe des Gewichtes.

Die Größe dieser Einheiten wird gesetzlich bestimmt und überwacht, um Irrung und Betrug bei Kauf und Verkauf zu hindern.

Außer diesen gesetzlich bestimmten Einheiten kann aber beim Zählen auch jedes andere Ding als Einheit dienen.

c) Einheiten von höherm und niederm Range.

Zur Erleichterung des Verkehres werden, wo es große Dinge zu zählen gibt, mehrere Einheiten zusammen genommen und eine Einheit von höherm Range oder von höherer Gattung genannt, und umgekehrt wird auch, um kleinere Dinge zu zählen, eine Einheit (z. B. der Meter) in mehrere gleiche Theile getheilt, und jeder solcher Theil eine Einheit von niederm Range oder von niederer Gattung genannt. Einheiten aber, aus denen Einheiten höhern und niedern Ranges gebildet werden, heißen Haupteinheiten.

d) Unbenannte Zahlen, benannte Zahlen.

Zählt man die Anzahl der Einheiten eines Dinges, ohne dabei auf den Namen der Einheit (Mark oder Meter) Acht zu geben, indem man gleichsam nur wissen will, wie oftmal der Gegenstand größer als die Einheit ist, so nennt man die so erhaltene Zahl eine unbenannte Zahl. Wird jedoch beim Zählen der Namen der Einheit ausdrücklich genannt, dann heißt die erhaltene Zahl benannt.

Ferner heißen Dinge, die mit der nämlichen Einheit gezählt sind, gleichnamig; hingegen andere, die mit verschiedener Einheit gezählt sind, ungleichnamig. So z. B. ist eine Anzahl Mark mit jeder andern Anzahl Mark gleichnamig, hingegen mit einer Anzahl Liter ungleichnamig.

e) Gezählte Größen und stetige Größen.

Bei dem Zählen eines Dinges können die gezählten Einheiten entweder so zusammenhängen, daß das Ende der

einen Einheit schon der Anfang der folgenden ist, wie z. B. die einzelnen Meter bei einem Stück Tuch. Oder es können die gezählten Einheiten getrennt nebeneinander bestehen, wie z. B. die einzelnen Markstücke von beisammen liegendem Gelde.

Im Falle des Zusammenhangs der Einheiten nennt man die Sache eine *stetige* oder *zusammenhängende Größe*. Sind aber die einzelnen gezählten Einheiten getrennt von einander, oder nimmt man auf ihren Zusammenhang, wenn auch einer bestünde, keine Rücksicht, indem man nur zählt, wie vielmal die Sache größer als die Einheit ist, so nennt man sie eine *gezählte Größe*.

In Folge dessen wird die Größenlehre abgetheilt in

die *Zahlenlehre*, auch *Arithmetik* genannt, welche sich mit den *gezählten Größen* beschäftigt, und in

die *Geometrie*, welche die Lehre von den *stetigen Größen* enthält. —

Zweiter Abschnitt.

Vom Numeriren.

Die Angabe, wie oftmal die Einheit in einer Größe enthalten ist, heißt *Zahl*.

Um Zahlen anzugeben, hat man Schriftzeichen (Figuren) und Sprachzeichen. Die Schriftzeichen heißen *Ziffern*, die Sprachzeichen aber *Zahlwörter*; und die Art, mit Hilfe von Ziffern eine Zahl zu schreiben, und eine mit Ziffern geschriebene Zahl zu lesen und zu verstehen, heißt **Numeriren**. Ziffern sind daher Zahlzeichen, ähnlich wie die Buchstaben Lautirzeichen sind.

§ 1. Ziffern.

Hier folgen nun die jetzt gebräuchlichen:

0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Null	Eins	Zwei	Drei	Vier	Fünf	Sechs	Sieben	Acht	Neun.

§ 2. Einheiten höhern Ranges.

Wollte man in obiger Art fortfahren und für jede folgende Zahl eine neue Ziffer und ein neues Zahlwort an-

nehmen, so müßte die Zahlenlehre sehr umständlich werden. Es ist jedoch ein einfaches Mittel erfunden worden, um mit den obigen zehn Ziffern jede noch so große Zahl zu schreiben.

Dieses Mittel besteht im folgenden Gesetze:

Je zehn Einheiten sollen wieder mit der Ziffer 1 bezeichnet und eins von höherm Range genannt werden, ähnlich wie man z. B. 500 Gramm ein Pfund, oder 1000 Meter einen Kilometer nennt.

Dann sollen, wenn mehrere Ziffern neben einander geschrieben stehen, wie z. B.

120636

die Einheiten dieser Ziffern einen um so höhern Rang haben, je weiter sie zur linken Hand stehen; d. h. es soll zwar jede Ziffer wie z. B. 6, sie stehe, wo sie wolle, nicht mehr, noch weniger als 6 Einheiten anzeigen; diese Einheiten selbst aber sollen in jeder Stelle von anderm Werthe sein; nämlich so, daß sie in der letzten Stelle rechter Hand Einer, d. h. einzelne Dinge bedeuten, in jeder links darauffolgenden Stelle aber, ganze Mengen von Einheiten und zwar in jeder Stelle zehnmal mehr, als in der nächst vorhergehenden Stelle rechter Hand.

Diesem Gesetze gemäß bedeutet bei 120636 die ganz rechtsstehende Ziffer 6 „sechs Einer" oder 6 einzelne Dinge; die erste links neben ihr stehende Ziffer 3 „drei Einheiten", von denen aber jede Einheit einen zehnmal größern Werth hat; die zweite links stehende Ziffer 6 bedeutet „6 Einheiten", von denen aber jede Einheit wieder einen zehnmal größeren Werth hat, als die Einheiten der rechts daran stehenden Ziffer 3 u. s. f.

§ 3. Namen der Einheiten.

Die Namen der oben angegebenen Einheiten verschiedenen Ranges bilden im Deutschen eine einfache regelmäßige Folge von Wörtern. Fängt man nämlich rechter Hand die Bezeichnung an, so heißt eine Einheit der

1ten Stelle: Eins,
2ten " Zehn,
3ten " Hundert,

4ten	Stelle:	ein Tausend,
5ten	"	zehn Tausend,
6ten	"	hundert Tausend,
7ten	"	eine Million,
8ten	"	zehn Millionen,
9ten	"	hundert Millionen,
10ten	"	ein tausend Millionen,
11ten	"	zehn tausend Millionen,
12ten	"	hundert tausend Millionen,
13ten	"	eine Billion, u. s. f.

Kommen noch mehr Stellen vor, so sind die Namen wieder so, wie von der 7ten bis 12ten Stelle, nur daß statt des Wortes „Million" nach und nach die Wörter „Billion" bei der 13ten Stelle, „Trillion" bei der 19ten Stelle, „Quadrillion" u. s. w. gebraucht werden. Bei dieser Uebersicht der Namen aller Einheiten präge man sich besonders ein: daß immer nach je drei Ziffern von rechts nach links, die Wörter Ein, Zehn, Hundert, nur noch mit einem höhern Namen vereint, wiederkehren.

§ 4. Mit Ziffern geschriebene Zahlen zu lesen.

Da, wie oben gezeigt wurde, bei einer Zahl von noch so vielen Ziffern, nach je drei derselben immer wieder die Namen: Ein, Zehn, Hundert, wiederkehren; so braucht man sich nur zu üben, jede drei nebeneinander geschriebene Ziffern, sie mögen mit Nullen untermengt sein, wie sie wollen, richtig und ohne Zögern zu lesen, als z. B. 853, 604, 900, 075, 002 u. a. m., und sich dabei öfter zu versinnlichen, welcher eigentliche Werth unter jeder dieser einzelnen Ziffer zu verstehen sei.

So wird z. B. 853 gelesen: Achthundert fünfzig und drei, oder nach dem deutschen Sprachgebrauche: Achthundert drei und fünfzig.

Ferner bei 075 wird gelesen: fünf und siebenzig und die einzelnen Ziffern bedeuten dabei 5, fünf einzelne Dinge, 7, sieben Zehner, 0, kein Hundert. —

Ist aber diese Fertigkeit, die an vielen Beispielen zu üben ist, im vollen Maße erlangt, so darf man bei einer Zahl von mehreren z. B. 5 oder 6 Zifferstellen diese nur

von der rechten Seite herein in Klassen zu 3 Ziffern abtheilen oder sich abgetheilt denken, dann links anfangend jede Klasse allein lesen und zwar die letzte Klasse rechts ohne Zusatz, die links daran stehende Klasse aber mit dem Zusatz Tausend;

z. B. zu lesen

296 208	51 004
abgetheilt: 296|208	abgetheilt: 51|004
gelesen: 296 Tausend u. 208.	gelesen: 51 Tausend u. 004.

Haben die Zahlen mehr als 6 Ziffern, so theilt man dieselben wieder von rechts herein in Klassen, jedoch zu 6 Ziffern (wobei aber der letzten Klasse links deren weniger bleiben dürfen) und liest von der linken Hand anfangend, die Ziffern jeder Klasse so, als stünden sie allein; nur wird

von der 7ten bis 12ten Stelle das Wort „Million",
„ „ 13ten — 18ten „ „ „ „Billion",
„ „ 19ten — 24ten „ „ „ „Trillion",

u. s. f. angehängt; z. B. es ist zu lesen:

1) 6120 067 008
abgetheilt: 6120|067 008
gelesen: 6 Tausend 120 Millionen, 67 Tausend und 008.

2) 5067 000036 823596 430009
abgetheilt: 5067|000036|823596|430009
d. i. 5 Tausend u. 067 Trillionen,
— — — 036 Billionen,
823 Tausend u. 596 Millionen ,
430 Tausend u. 009.

Anmerkung. Diese Klassenstriche erleichtern dem Anfänger die Uebersicht; später aber, wenn man die Zahlen selbst anschreibt, thut man besser, zwischen je drei Ziffern einen bemerkbaren Abstand zu lassen, wie z. B. 5 067 000 036 823 596 430 009. Nie aber gewöhne man sich, Komma zwischen die Ziffern zu machen, weil diese in der Zahlenlehre eine eigene Bedeutung haben, wie später erklärt werden wird.

Uebungsbeispiele im Lesen der Zahlen.

Die hier stehenden Zahlen sind zu lesen und mit Worten zu schreiben.

1) 72 531 689; 4) 3 240 000 609 700 005;
2) 246 005 083; 5) 80 300 700 700 007 000;
3) 500 000 006; 6) 2 060 000 008 970 000 604 009.

Resultate.

ad 1) Zweiundsiebenzig Millionen, fünfhunderteinunddreißig-tausend-sechshundertneunundachtzig.
ad 2) Zweihundertsechsundvierzig Millionen, fünftausend-drei-undachtzig.
ad 3) Fünfhundert Millionen und sechs.
ad 4) Dreitausend-zweihundertvierzig Billionen, sechshundert-neun Millionen, siebenhunderttausend und fünf.
ad 5) Achtzigtausend-dreihundert Billionen, siebenhundert-tausend-siebenhundert Millionen und sieben Tausend.
ad 6) Zweitausend-sechzig Trillionen, acht Billionen, neun-hundertsiebenzigtausend Millionen, sechshundertvier-tausend und neun.

§ 5. Ausgesprochene Zahlen mit Ziffern zu schreiben.

a) Das Anschreiben der dreiziffrigen Zahl ist die Grund-lage. Das Verfahren hiezu, in dem man volle Fertig-keit erlangen muß, ist sehr einfach, nämlich:

Man schreibt zuerst die Ziffer, welche die Anzahl der Hunderter nennt, dann rechts daneben jene der Zehner und rechts neben diese die Ziffer der Einer.

b) Kann man nun jede ausgesprochene Zahl von 1 bis 999 dreiziffrig schreiben, so übe man sich, Zahlen, die Tausende nennen, auch mit Ziffern zu schreiben, und zwar jedesmal sechsziffrig, indem man sowohl die Tausende, als auch das Folgende (nach a) dreiziffrig schreibt. Zur leichtern Uebersicht läßt man dabei zwischen je drei Ziffern einen kleinen Abstand. (Siehe Uebungsbeispiele im Lesen der Zahlen.)

c) Hat man nun Fertigkeit im Schreiben jeder Zahl unter einer Million, so geht es mit allen größeren sehr leicht. Im Fall nämlich die ausgesprochene Zahl Millionen zählt, so schreibt man ihre Anzahl mit 6 Ziffern hin, und fügt hierauf das Uebrige der ausgesprochenen Zahl auch sechsziffrig rechts bei. Hört man Billionen, so

werden erst diese, dann die Millionen, dann das Uebrige, jedes für sich sechsziffrig hingeschrieben, wobei man auch hier die Nullen ganz links zu Anfang der Zahl jedesmal wegläßt.

§ 6. Zählungsart.

Die nun vollständig erklärte Art zu zählen, nach welcher immer zehn Einheiten eine höhere Einheit ausmachen, heißt die zehntheilige Zählungsart oder auch das Decimalsystem oder die Dacadik (vom griechischen Worte Deca, zehn).

Anmerkung. Die zehntheilige Zählungsart war schon bei den Griechen und Römern eingeführt. Sie kannten aber nicht unsere zehn Zahlzeichen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, und die einfache höchst sinnreiche Art damit die Zahlen anzuschreiben. Beides stammt aus Indien; ist uns aber durch die Araber zugekommen, weßwegen wir jene Ziffern die arabischen nennen. Die vordem gebräuchlichen römischen Ziffern (§ 7) werden nur noch bei Abschriften u. dgl. angewendet, indem das Rechnen mit denselben schwer zu erlernen und sehr zeitraubend ist.

§ 7. Die römischen Zahlzeichen.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.
Eins	Zwei	Drei	Vier	Fünf	Sechs	Sieben	Acht	Neun	Zehn

XI.	XII.	XIII.	XIV.	
Eilf	Zwölf	Dreizehn	Vierzehn	u. s. f.

L für fünfzig,
C „ einhundert,
D „ fünfhundert,
M „ eintausend.

Um nun mit diesen Lautirzeichen Zahlen zu schreiben, setzten die Römer dieselben von der linken zur rechten Hand, nach der Größe ihres Werthes nebeneinander. So z. B. wurde 1687 geschrieben: MDCLXXXVII; und es macht das Aussprechen einer so geschriebenen Zahl immer ein Zusammenzählen nöthig, nämlich 1 Tausend, 5 hundert und 1 hundert sind 6 hundert, fünfzig und 10 und 10 und 10 geben achtzig, dann 5 und 1 und 1 machen sieben.

Wurde aber ein Buchstabe von geringerm Werthe links voraus, und rechts neben ihn einer von größerm Werthe geschrieben, so zeigte dieses an, daß der geringere vom rechtsfolgenden höhern wegzunehmen sei; so z. B. bedeutet:

IV, die Zahl	4.	CDXCIX, die Zahl	499.
XLII, „ „	42.	MDCCCXXXIX, „ „	1839.

Uebungsbeispiele.

Es sind die Zahlen 58, 319, 1841; 474, 1812, 1876 mit römischen Ziffern zu schreiben.

Es sind folgende Zahlen zu lesen und mit arabischen Ziffern zu schreiben: den XXIX. April MDCCXC; XCIV; CDVII; CMXLIV.

Der Gelehrte Gerbert, Bischof von Rheims, der im Jahre CMXCIX als Sylvester II. auf den päpstlichen Stuhl erhoben wurde, verbreitete die jetzt gebräuchlichen Ziffern, welche er bei den Arabern in Spanien hatte kennen lernen.

Zweite Abtheilung.

Die Rechnungsarten mit unbenannten Zahlen.

§ 8. Erklärung, was eine Rechnungsart ist.

Durch Vor- und Rückwärtszählen könnte man nun die Veränderungen der Zahlen, nämlich ihre Vermehrungen und Verminderungen finden.

Anstatt eines solchen zeitraubenden Abzählens sind eigene Verfahrungsarten erfunden, um die Veränderungen der Zahlen auf kürzere Art, als durch Abzählen zu finden. Diese heißen Rechnungsarten, und Rechnen heißt: Die Veränderungen der Zahlen mit Hilfe der Rechnungsarten finden.

Die Arithmetik lehrt mehrere Rechnungsarten, von denen denen jedoch im gewöhnlichen Leben folgende 4 Species Anwendung finden:

1) das Addiren oder Zusammenzählen;
2) „ Subtrahiren „ Abziehen;
3) „ Multiplizíren „ Vermehren;
4) „ Dividiren „ Theilen.

Erster Abschnitt.

Vom Zusammenzählen.

§ 9. Erklärung der Zusammenzählung.

Zusammenzählen oder addiren heißt: die Vereinigung zweier oder mehrerer Zahlen in eine Einzige, die allein so groß ist, als alle jene gegebenen Zahlen zusammen genommen.

Die Zahlen, welche zusammengezählt werden sollen, nennt man die gegebenen Theile oder die Posten, und die Zahl, welche man durch das Zusammenzählen der Theile findet, heißt das Ganze oder die Summe.

§ 10. Erklärung der Rechnungszeichen + und =.

Um in Kürze die Rechnungsarten anzuzeigen, sind sogenannte Rechnungszeichen eingeführt, deren beim Zusammenzählen zwei vorkommen.

1) Um anzuzeigen, daß Zahlen zusammengezählt (addirt) werden sollen, setzt man zwischen je zwei derselben das Zeichen + und spricht dieses stehende Kreuz mit und, oder mehr (plus) aus.

2) Will man anzeigen, daß zwei Dinge gleich sind, d. h. die nämliche Einheit gleichvielmal enthalten, so setzt man zwischen sie das Zeichen =, und liest es: ist gleich oder sind gleich. Z. B. $3 + 2 + 1 = 6$ d. h. 3 u. 2 u. 1 ist gleich 6.

§ 11. Grundsätze des Zusammenzählens.

Unter Grundsatz versteht man eine Aussage, deren Richtigkeit von selbst einleuchtet. Die Grundsätze der Addition sind:

I. Nur gleichnamige Zahlen können zusammengezählt werden.

II. Die Summe ist gleichnamig mit den zusammengezählten Posten.

III. Man erhält die nämliche Summe, ob man die Posten theilweise oder mit einemmal zuzählt.

IV. Man erhält auch die nämliche Summe, in welcher Reihenfolge man die gegebenen Posten zusammenzählt.

Uebungsbeispiele.

A. Kopfrechnen.

Eins und Eins.

1 und 1 ist 2	4 und 1 ist 5	7 und 1 ist 8
1 und 2 ist 3	4 und 2 ist 6	7 und 2 ist 9
1 und 3 ist 4	4 und 3 ist 7	7 und 3 ist 10
1 und 4 ist 5	4 und 4 ist 8	7 und 4 ist 11
1 und 5 ist 6	4 und 5 ist 9	7 und 5 ist 12
1 und 6 ist 7	4 und 6 ist 10	7 und 6 ist 13
1 und 7 ist 8	4 und 7 ist 11	7 und 7 ist 14
1 und 8 ist 9	4 und 8 ist 12	7 und 8 ist 15
1 und 9 ist 10	4 und 9 ist 13	7 und 9 ist 16
2 und 1 ist 3	5 und 1 ist 6	8 und 1 ist 9
2 und 2 ist 4	5 und 2 ist 7	8 und 2 ist 10
2 und 3 ist 5	5 und 3 ist 8	8 und 3 ist 11
2 und 4 ist 6	5 und 4 ist 9	8 und 4 ist 12
2 und 5 ist 7	5 und 5 ist 10	8 und 5 ist 13
2 und 6 ist 8	5 und 6 ist 11	8 und 6 ist 14
2 und 7 ist 9	5 und 7 ist 12	8 und 7 ist 15
2 und 8 ist 10	5 und 8 ist 13	8 und 8 ist 16
2 und 9 ist 11	5 und 9 ist 14	8 und 9 ist 17
3 und 1 ist 4	6 und 1 ist 7	9 und 1 ist 10
3 und 2 ist 5	6 und 2 ist 8	9 und 2 ist 11
3 und 3 ist 6	6 und 3 ist 9	9 und 3 ist 12
3 und 4 ist 7	6 und 4 ist 10	9 und 4 ist 13
3 und 5 ist 8	6 und 5 ist 11	9 und 5 ist 14
3 und 6 ist 9	6 und 6 ist 12	9 und 6 ist 15
3 und 7 ist 10	6 und 7 ist 13	9 und 7 ist 16
3 und 8 ist 11	6 und 8 ist 14	9 und 8 ist 17
3 und 9 ist 12	6 und 9 ist 15	9 und 9 ist 18

B. Tafelrechnen.

Nachstehende Zahlen sollen addirt werden:

6	6	5	3	2	9	7	8
7	9	8	6	7	6	1	7
2	8	4	8	8	2	5	6
8	3	7	4	5	7	9	5
3	4	9	5	8	5	8	4

68	27	38	513	119	820
73	35	41	627	214	731
85	79	57	210	905	580
92	82	69	345	647	549
13	40	27	816	329	854

4157	5964	52 903	67 084
8031	7203	83 417	53 807
9753	8516	20 225	20 346
6108	9243	61 881	82 090
4725	6925	42 568	86 984

§ 12. Probe der Zusammenzählung.

Jedes Verfahren, womit man sich versichert, daß kein Rechnungsfehler begangen sei, nennt man eine Probe. Bei der Addition ist ein wiederholtes Zusammenzählen in umgekehrter Ordnung die sicherste Probe. Man addire nämlich jede aufrechte Reihe zweimal gleich hintereinander, und zwar einmal von unten hinauf, und dann von oben herab. Findet man beidemal die nämliche Summe, so kann man annehmen, daß diese Reihe richtig zusammengezählt ist, indem es ein seltener Zufall wäre, bei der so veränderten Aufeinanderfolge der Posten den nämlichen Fehler zu begehen. Stimmen aber beide Summen nicht überein, so zähle man ein Drittesmal u. s. f. zusammen, bis man erkennt, welche der gefundenen Summen die richtige ist.

Zweiter Abschnitt.

Vom Abziehen.

§ 13. Erklärung des Abziehens und des Zeichens (—).

Die Rechnungsart, welche finden lehrt, was übrig bleibt, wenn man von einer Zahl eine andere Zahl wegnimmt, wird das **Abziehen** genannt. Dabei heißt diejenige Zahl, von der weggenommen wird, das Ganze (Minuend); diejenige Zahl,

welche man wegnimmt, der Abzug (Subtrahend); und diejenige Zahl, welche übrig bleibt, der Rest (Differenz).

Das Zeichen, um das Abziehen (Subtrahiren) anzudeuten ist ein Querstrich – und wird gelesen: weniger (minus)

z. B. 7 — 4 = 3 d. h. 7 weniger 4 ist gleich 3.

§ 14. Grundsätze des Abziehens (der Subtraktion).

Das Abziehen beruht auf den nämlichen Grundsätzen wie das Zusammenzählen:

I. Nur gleichnamige Zahlen lassen sich von einander abziehen.

II. Der Rest hat denselben Namen wie das Ganze und der Abzug. Es lassen sich demnach nur jene unsrer Zahlen von einander abziehen, die gleichen Rang haben, d. i. Einer von Einern, Zehner von Zehnern u. s. w., und der Rest hat jedesmal den nämlichen Rang wie das Ganze und der Abzug.

III. Man erhält den nämlichen Rest, ob man vom Ganzen den Abzug auf einmal, oder ob man ihn theilweise und in welch' beliebiger Ordnung wegnimmt.

IV. Man erhält auch den nämlichen Rest, wenn man vor dem Abziehen, sowohl zum Ganzen als zum Abzug ein und die nämliche Zahl addirt.

V. Wenn der richtige Rest zum Abzug addirt wird, so erhält man wieder das Ganze (den Minuend).

Beispiele.

a) Ansatz:

	159 078	das Ganze (Minuend)
	54 032	der Abzug (Subtrahend)
	105 046	der Rest (Differenz).

b)

das Ganze	7·0· 0·1·0· 2 9·3	c)	2·08·4
der Abzug	9 4 8 0 3 5 8		1 365
der Rest	6 0 5 2 9 9 3 5		—719

Uebungsbeispiele.

A. Kopfrechnen.

Eins von Eins.

1 von 1 bleibt 0	4 von 4 bleibt 0	7 von 7 bleibt 0
1 von 2 bleibt 1	4 von 5 bleibt 1	7 von 8 bleibt 1
1 von 3 bleibt 2	4 von 6 bleibt 2	7 von 9 bleibt 2
1 von 4 bleibt 3	4 von 7 bleibt 3	7 von 10 bleibt 3
1 von 5 bleibt 4	4 von 8 bleibt 4	7 von 11 bleibt 4
1 von 6 bleibt 5	4 von 9 bleibt 5	7 von 12 bleibt 5
1 von 7 bleibt 6	4 von 10 bleibt 6	7 von 13 bleibt 6
1 von 8 bleibt 7	4 von 11 bleibt 7	7 von 14 bleibt 7
1 von 9 bleibt 8	4 von 12 bleibt 8	7 von 15 bleibt 8
1 von 10 bleibt 9	4 von 13 bleibt 9	7 von 16 bleibt 9
2 von 2 bleibt 0	5 von 5 bleibt 0	8 von 8 bleibt 0
2 von 3 bleibt 1	5 von 6 bleibt 1	8 von 9 bleibt 1
2 von 4 bleibt 2	5 von 7 bleibt 2	8 von 10 bleibt 2
2 von 5 bleibt 3	5 von 8 bleibt 3	8 von 11 bleibt 3
2 von 6 bleibt 4	5 von 9 bleibt 4	8 von 12 bleibt 4
2 von 7 bleibt 5	5 von 10 bleibt 5	8 von 13 bleibt 5
2 von 8 bleibt 6	5 von 11 bleibt 6	8 von 14 bleibt 6
2 von 9 bleibt 7	5 von 12 bleibt 7	8 von 15 bleibt 7
2 von 10 bleibt 8	5 von 13 bleibt 8	8 von 16 bleibt 8
2 von 11 bleibt 9	5 von 14 bleibt 9	8 von 17 bleibt 9
3 von 3 bleibt 0	6 von 6 bleibt 0	9 von 9 bleibt 0
3 von 4 bleibt 1	6 von 7 bleibt 1	9 von 10 bleibt 1
3 von 5 bleibt 2	6 von 8 bleibt 2	9 von 11 bleibt 2
3 von 6 bleibt 3	6 von 9 bleibt 3	9 von 12 bleibt 3
3 von 7 bleibt 4	6 von 10 bleibt 4	9 von 13 bleibt 4
3 von 8 bleibt 5	6 von 11 bleibt 5	9 von 14 bleibt 5
3 von 9 bleibt 6	6 von 12 bleibt 6	9 von 15 bleibt 6
3 von 10 bleibt 7	6 von 13 bleibt 7	9 von 16 bleibt 7
3 von 11 bleibt 8	6 von 14 bleibt 8	9 von 17 bleibt 8
3 von 12 bleibt 9	6 von 15 bleibt 9	9 von 18 bleibt 9

B. Tafelrechnen.

Nachstehende Zahlen sollen subtrahirt werden.

5—2	43—32	84—74	23—9
8—6	87—65	92—45	35—8
9—4	45—21	52—27	64—7
7—5	58—33	48—19	52—6

80—36	703—647	4500—2913	45009—13845
79—13	880—163	3710—1586	20302—12823
90—14	900—654	6001—3452	38040—16423
60 12	305—218	2000—1536	62706—24503

§ 15. Probe der Subtraktion.

Man addire zum Abzug den gefundenen Rest. Die so erhaltene Summe muß das Ganze (den Minuenden) geben.

Dritter Abschnitt.

Vom Vermehren (Multipliziren).

§ 16. Erklärung der Multiplikation und des Zeichens ×.

Die Multiplikation ist die Rechnungsart, mit welcher die Summe gleicher Posten auf kürzere Art als durch Zusammenzählen gefunden wird. Multipliziren (d. h. vervielfältigen) ist das gleichmäßige Vermehren von zwei Zahlen miteinander.

Die Zahl, welche vermehrt werden soll, heißt: „das Einfache" (Multiplikand).

Die Zahl, mit welcher vermehrt werden soll, heißt: „der Anzeiger" (Multiplikator).

Ferner nennt man auch die beiden gegebenen Zahlen d. i. das Einfache und der Anzeiger „die Faktoren".

Jene Zahl, welche durch das Vermehren des einen Faktor mit dem Andern gefunden wird, heißt: „Produkt".

Das Zeichen, um das Multipliziren anzudeuten ist ein liegendes Kreuz × und bedeutet „mal".

Z. B. $7 \times 5 = 35$ d. i. 7 mal 5 ist gleich 35.

§ 17. Grundsätze der Multiplikation.

I. Von den beiden Zahlen einer Multiplikation ist der Anzeiger (Multiplikator) immer als unbenannte Zahl anzusehen, indem er nur angibt, wie oft das Einfache (Multiplikand) zu nehmen ist. Das Einfache aber kann als gegebener Posten der Addition benannt oder auch unbenannt sein, und das Produkt hat jedesmal die Benennung des Einfachen; denn es ist die Summe des mehrmals zusammengezählten Einfachen.

Wenn daher von den beiden Faktoren der eine benannt ist, so ist dieser das Einfache und das Produkt hat dessen Benennung.

So ist z. B. bei 5 mal 4 Mark 5 der Anzeiger, 4 Mark das Einfache und das Produkt ist 20 mit der Benennung des Einfachen, d. i. 4 Mark $\times$ 5 = 20 Mark.

II. Man darf bei jeder Multiplikation die Faktoren unter sich vertauschen, und man wird das nämliche Produkt erhalten; nur muß man, wenn das Einfache benannt ist, dessen Benennung dem neuen Einfachen lassen. So z. B. erhält man einerlei, ob man 48 Mark 6 mal oder 6 Mark 48 mal nimmt.

III. Wenn man bei einer beliebigen Zahl unserer zehntheiligen Zählungsart (z. B. 2476) eine Null rechts anhängt (24760), so wird die Zahl (2476) dadurch zehnmal größer. Hängt man ihr zwei Nullen an (247600), so wird sie 100 mal, durch 3 Nullen 1000 mal größer u. s. f. Soll demnach eine Zahl mit 10 oder mit 100 oder mit 1000 2c. multiplizirt werden, so darf man ihr nur so viele Nullen rechts anhängen als der Faktor 10 oder 100 oder 1000 u. s. w. hat; z. B.

$$352 \times 10 = 3520.$$
$$4698 \times 100 = 469800.$$
$$1000 \times 25 = 25000.$$

IV. Bei Multiplikation einer mehrziffrigen Zahl mit einer Ziffer höhern Ranges, d. i. mit einer einzelnen Ziffer, die rechts eine oder mehrere Nullen hat, gilt folgende Regel:

a) Man setze die Zahl mit den Nullen als Anzeiger;
b) multiplizire dann mit ihrer ersten Ziffer linker Hand ganz so, wie unter III; schreibe jedoch die zuerst gefundene Ziffer des Produktes genau unter jene Ziffer des Anzeigers, mit der man eben multiplizirt und
c) schreibe zuletzt die Nullen des Anzeigers gerade herunter in's Produkt.

Beispiel. Was ist 21 839 Mark mal 4000?

Ausrechnung:

das Einfache	21 839 Mark.
der Anzeiger	4 000.
das Produkt	87 356 000.

Multiplikation zweier mehrziffrigen Zahlen.

1. Beispiel. 36 519 × 7024?

Ausrechnung:

```
    36 519   das Einfache
  × 7 024    der Anzeiger
  -------
   146 076
   730 38-
 255 633 0--
 -----------
 256 509 456  das Produkt.
```

2. Beispiel: 20 700 × 35 000?

Ausrechnung.

```
 20 700
   35 000
 ------
 103 5
 621 -
 -----------
 724 500 000
```

Anmerkung. Hat der eine, oder haben beide Faktoren Nullen rechter Hand, so multiplizire dann, ohne Rücksicht auf diese Nullen zu nehmen, und hänge zuletzt dem Produkte so viele Nullen rechts an, als beide Faktoren rechter Hand haben.

Uebungsbeispiele.

A. Kopfrechnen.

Einmal eins.

1 mal 1 ist 1	4 mal 1 ist 4	6 mal 1 ist 6
2 mal 2 ist 4	4 mal 2 ist 8	6 mal 2 ist 12
2 mal 3 ist 6	4 mal 3 ist 12	6 mal 3 ist 18
2 mal 4 ist 8	4 mal 4 ist 16	6 mal 4 ist 24
2 mal 5 ist 10	4 mal 5 ist 20	6 mal 5 ist 30
2 mal 6 ist 12	4 mal 6 ist 24	6 mal 6 ist 36
2 mal 7 ist 14	4 mal 7 ist 28	6 mal 7 ist 42
2 mal 8 ist 16	4 mal 8 ist 32	6 mal 8 ist 48
2 mal 9 ist 18	4 mal 9 ist 36	6 mal 9 ist 54
2 mal 10 ist 20	4 mal 10 ist 40	6 mal 10 ist 60

3 mal 1 ist 3	5 mal 1 ist 5	7 mal 1 ist 7
3 mal 2 ist 6	5 mal 2 ist 10	7 mal 2 ist 14
3 mal 3 ist 9	5 mal 3 ist 15	7 mal 3 ist 21
3 mal 4 ist 12	5 mal 4 ist 20	7 mal 4 ist 28
3 mal 5 ist 15	5 mal 5 ist 25	7 mal 5 ist 35
3 mal 6 ist 18	5 mal 6 ist 30	7 mal 6 ist 42
3 mal 7 ist 21	5 mal 7 ist 35	7 mal 7 ist 49
3 mal 8 ist 24	5 mal 8 ist 40	7 mal 8 ist 56
3 mal 9 ist 27	5 mal 9 ist 45	7 mal 9 ist 63
3 mal 10 ist 30	5 mal 10 ist 50	7 mal 10 ist 70

8 mal 1 ist 8	9 mal 1 ist 9
8 mal 2 ist 16	9 mal 2 ist 18
8 mal 3 ist 24	9 mal 3 ist 27
8 mal 4 ist 32	9 mal 4 ist 36
8 mal 5 ist 40	9 mal 5 ist 45
8 mal 6 ist 48	9 mal 6 ist 54
8 mal 7 ist 56	9 mal 7 ist 63
8 mal 8 ist 64	9 mal 8 ist 72
8 mal 9 ist 72	9 mal 9 ist 81
8 mal 10 ist 80	9 mal 10 ist 90

Das große Einmaleins.

1 mal 11 ist 11	1 mal 15 ist 15	1 mal 19 ist 19
2 mal 11 ist 22	2 mal 15 ist 30	2 mal 19 ist 38
3 mal 11 ist 33	3 mal 15 ist 45	3 mal 19 ist 57
4 mal 11 ist 44	4 mal 15 ist 60	4 mal 19 ist 76
5 mal 11 ist 55	5 mal 15 ist 75	5 mal 19 ist 95
6 mal 11 ist 66	6 mal 15 ist 90	6 mal 19 ist 114
7 mal 11 ist 77	7 mal 15 ist 105	7 mal 19 ist 133
8 mal 11 ist 88	8 mal 15 ist 120	8 mal 19 ist 152
9 mal 11 ist 99	9 mal 15 ist 135	9 mal 19 ist 171
10 mal 11 ist 110	10 mal 15 ist 150	10 mal 19 ist 190
1 mal 12 ist 12	1 mal 16 ist 16	1 mal 20 ist 20
2 mal 12 ist 24	2 mal 16 ist 32	2 mal 20 ist 40
3 mal 12 ist 36	3 mal 16 ist 48	3 mal 20 ist 60
4 mal 12 ist 48	4 mal 16 ist 64	4 mal 20 ist 80
5 mal 12 ist 60	5 mal 16 ist 80	5 mal 20 ist 100
6 mal 12 ist 72	6 mal 16 ist 96	6 mal 20 ist 120
7 mal 12 ist 84	7 mal 16 ist 112	7 mal 20 ist 140
8 mal 12 ist 96	8 mal 16 ist 128	8 mal 20 ist 160
9 mal 12 ist 108	9 mal 16 ist 144	9 mal 20 ist 180
10 mal 12 ist 120	10 mal 16 ist 160	10 mal 20 ist 200
1 mal 13 ist 13	1 mal 17 ist 17	1 mal 21 ist 21
2 mal 13 ist 26	2 mal 17 ist 34	2 mal 21 ist 42
3 mal 13 ist 39	3 mal 17 ist 51	3 mal 21 ist 63
4 mal 13 ist 52	4 mal 17 ist 68	4 mal 21 ist 84
5 mal 13 ist 65	5 mal 17 ist 85	5 mal 21 ist 105
6 mal 13 ist 78	6 mal 17 ist 102	6 mal 21 ist 126
7 mal 13 ist 91	7 mal 17 ist 119	7 mal 21 ist 147
8 mal 13 ist 104	8 mal 17 ist 136	8 mal 21 ist 168
9 mal 13 ist 117	9 mal 17 ist 153	9 mal 21 ist 189
10 mal 13 ist 130	10 mal 17 ist 170	10 mal 21 ist 210
1 mal 14 ist 14	1 mal 18 ist 18	1 mal 22 ist 22
2 mal 14 ist 28	2 mal 18 ist 36	2 mal 22 ist 44
3 mal 14 ist 42	3 mal 18 ist 54	3 mal 22 ist 66
4 mal 14 ist 56	4 mal 18 ist 72	4 mal 22 ist 88
5 mal 14 ist 70	5 mal 18 ist 90	5 mal 22 ist 110
6 mal 14 ist 84	6 mal 18 ist 108	6 mal 22 ist 132
7 mal 14 ist 98	7 mal 18 ist 126	7 mal 22 ist 154
8 mal 14 ist 112	8 mal 18 ist 144	8 mal 22 ist 176
9 mal 14 ist 126	9 mal 18 ist 162	9 mal 22 ist 198
10 mal 14 ist 140	10 mal 18 ist 180	10 mal 22 ist 220

1 mal 23 ist 23	1 mal 25 ist 25	1 mal 27 ist 27
2 mal 23 ist 46	2 mal 25 ist 50	2 mal 27 ist 54
3 mal 23 ist 69	3 mal 25 ist 75	3 mal 27 ist 81
4 mal 23 ist 92	4 mal 25 ist 100	4 mal 27 ist 108
5 mal 23 ist 115	5 mal 25 ist 125	5 mal 27 ist 135
6 mal 23 ist 138	6 mal 25 ist 150	6 mal 27 ist 162
7 mal 23 ist 161	7 mal 25 ist 175	7 mal 27 ist 189
8 mal 23 ist 184	8 mal 25 ist 200	8 mal 27 ist 216
9 mal 23 ist 207	9 mal 25 ist 225	9 mal 27 ist 243
10 mal 23 ist 230	10 mal 25 ist 250	10 mal 27 ist 270

1 mal 24 ist 24	1 mal 26 ist 26	1 mal 28 ist 28
2 mal 24 ist 48	2 mal 26 ist 52	2 mal 28 ist 56
3 mal 24 ist 72	3 mal 26 ist 78	3 mal 28 ist 84
4 mal 24 ist 96	4 mal 26 ist 104	4 mal 28 ist 112
5 mal 24 ist 120	5 mal 26 ist 130	5 mal 28 ist 140
6 mal 24 ist 144	6 mal 26 ist 156	6 mal 28 ist 168
7 mal 24 ist 168	7 mal 26 ist 182	7 mal 28 ist 196
8 mal 24 ist 192	8 mal 26 ist 208	8 mal 28 ist 224
9 mal 24 ist 216	9 mal 26 ist 234	9 mal 28 ist 252
10 mal 24 ist 240	10 mal 26 ist 260	10 mal 28 ist 280

1 mal 29 ist 29	1 mal 30 ist 30
2 mal 29 ist 58	2 mal 30 ist 60
3 mal 29 ist 87	3 mal 30 ist 90
4 mal 29 ist 116	4 mal 30 ist 120
5 mal 29 ist 145	5 mal 30 ist 150
6 mal 29 ist 174	6 mal 30 ist 180
7 mal 29 ist 203	7 mal 30 ist 210
8 mal 29 ist 232	8 mal 30 ist 240
9 mal 29 ist 261	9 mal 30 ist 270
10 mal 29 ist 290	10 mal 30 ist 300

B. Tafelrechnen.

Nachstehende Zahlen sollen multiplizirt werden:

317 × 205?	1 800 600 × 705 060?
91 × 7382?	83 154 × 6084?
876 × 69?	9 007 × 8005?
508 × 73?	43 568 × 457?
31 × 5009?	8 456 × 781?

230 × 160?	61 457 × 61 457?
776 × 2800?	8 100 × 45?
44 000 × 5040?	78 300 × 96 000?

§ 18. Probe der Multiplikation.

Das Beispiel ein zweitesmal aufmerksam durchzurechnen, ist auch bei der Multiplikation die beste Probe. Findet man das zweite Produkt von dem zuerst gefundenen verschieden, so vergleicht man beide Produkte Zeile für Zeile, um die Verschiedenheit zu finden und den Fehler zu verbessern.

Im Falle beide Faktoren mehrziffrig sind, so kann man sie auch bei der wiederholten Multiplikation verwechseln.

Man multiplizire z. B. 4086 × 275 und mache die Probe.

Rechnung.		Probe:	
	4 086		275
	275		4 086
	20 430		1 650
	286 02-		22 00-
	817 2--		1 100---
	1 123 650		1 123 650.

Anmerkung. Die Division, als Probe der Multiplikation, ist schwerer auszuführen als die wiederholte Multiplikation, und ist dabei kein Prüfungsmittel das sicherer wäre, indem bei der Division die nämlichen Partialprodukte, nur in umgekehrter Ordnung vorkommen. Ueberdieß gewährt die wiederholte Multiplikation den Vortheil, den gemachten Fehler schneller auffinden zu können.

Vierter Abschnitt.

Vom Theilen (Dividiren).

§ 19. Erklärung dieser Rechnungsart und des Zeichens „:“.

Dividiren heißt eine größere Zahl durch eine kleinere theilen.

Division ist also die Rechnungsart, mittelst welcher eine gegebene Zahl in gleiche Theile getheilt wird.

Die Zahl welche getheilt wird, heißt Theilungszahl (Dividend).

Die Zahl, welche theilt, heißt der Theiler (Divisor) und die durch Theilung gefundene Zahl wird der Theil (Quotient) genannt.

Das Zeichen der Division ist : und wird gelesen „dividirt durch".

Z. B. 48 : 12 = 4. d. h. 48 dividirt durch 12 gibt 4.

§ 20. Grundsätze der Division.

I. Der Theil hat mit der getheilten Zahl einerlei Namen.

II. Wenn bei einer Division

a) der Dividend benannt, der Divisor aber unbenannt ist, so hat der gesuchte Quotient den Namen des Dividenden.

b) Sind Dividend und Divisor benannte Zahlen, so muß ihr Name der nämliche sein; der gesuchte Quotient aber ist dann eine unbenannte Zahl.

Beispiele.

1) Division einer mehrziffrigen Zahl durch eine einziffrige.

a) Wenn sich jede einzelne Ziffer des Dividenden durch den Divisor ohne Rest theilen läßt, z. B. 6309 : 3 = ?

Ansatz: 6309 : 3 = 2103.

b) Wenn sich nicht jede Ziffer des Dividenden durch den einziffrigen Divisor ohne Rest theilen läßt. Es werde z. B. 58216 dividirt durch 3.

Regel: 1) Der Ansatz ist wie bei a.

2) Auch die Ausrechnung ist im Wesentlichen die nämliche. Hat man aber eine Ziffer getheilt, in welcher der Divisor nicht völlig enthalten ist, so behalte man den Ueberschuß im Sinne, lese diesen als Zehnerziffer sogleich mit der rechts folgenden Ziffer des Dividenden in eine zweiziffrige Zahl zusammen und dividire nun diese.

3) Bleibt auch hiebei ein Rest, so verfahre man mit diesem in gleicher Art; und nur der allen=

fallsige Ueberschuß der Einerziffer wird unterhalb angeschrieben (als gewöhnlicher oder gemeiner Bruch). —

Ausrechnung des Beispiels ad b.

58216 : 3 = 19405 1/3.
1

2) Division einer mehrziffrigen Zahl durch eine zwei-, drei- oder mehrziffrige Zahl.

Ansatz. Man schreibe den Divisor links neben den Dividenden und lese z. B.

Wie oft ist 32 in 6912 enthalten?

Ausrechnung.

32 : 6912 = 216.
64
-51
32
192
192

Anmerkung. Um keine Ziffer beim Theilen zu vergessen, gebe man jeder Ziffer, welche zum Rest herabgeschrieben werden muß, ein Zeichen z. B. ein Komma.

Uebungsbeispiele.

A. Kopfrechnen.

Eins in Eins.

1 in 1 geht 1 mal	3 in 3 geht 1 mal
2 in 2 geht 1 mal	3 in 6 geht 2 mal
2 in 4 geht 2 mal	3 in 9 geht 3 mal
2 in 6 geht 3 mal	3 in 12 geht 4 mal
2 in 8 geht 4 mal	3 in 15 geht 5 mal
2 in 10 geht 5 mal	3 in 18 geht 6 mal
2 in 12 geht 6 mal	3 in 21 geht 7 mal
2 in 14 geht 7 mal	3 in 24 geht 8 mal
2 in 16 geht 8 mal	3 in 27 geht 9 mal
2 in 18 geht 9 mal	3 in 30 geht 10 mal
2 in 20 geht 10 mal	

4 in 8 geht 2 mal	7 in 14 geht 2 mal
4 in 12 geht 3 mal	7 in 21 geht 3 mal
4 in 16 geht 4 mal	7 in 28 geht 4 mal
4 in 20 geht 5 mal	7 in 35 geht 5 mal
4 in 24 geht 6 mal	7 in 42 geht 6 mal
4 in 28 geht 7 mal	7 in 49 geht 7 mal
4 in 32 geht 8 mal	7 in 56 geht 8 mal
4 in 36 geht 9 mal	7 in 63 geht 9 mal
4 in 40 geht 10 mal	7 in 70 geht 10 mal
5 in 10 geht 2 mal	8 in 16 geht 2 mal
5 in 15 geht 3 mal	8 in 24 geht 3 mal
5 in 20 geht 4 mal	8 in 32 geht 4 mal
5 in 25 geht 5 mal	8 in 40 geht 5 mal
5 in 30 geht 6 mal	8 in 48 geht 6 mal
5 in 35 geht 7 mal	8 in 56 geht 7 mal
5 in 40 geht 8 mal	8 in 64 geht 8 mal
5 in 45 geht 9 mal	8 in 72 geht 9 mal
5 in 50 geht 10 mal	8 in 80 geht 10 mal
6 in 12 geht 2 mal	9 in 18 geht 2 mal
6 in 18 geht 3 mal	9 in 27 geht 3 mal
6 in 24 geht 4 mal	9 in 36 geht 4 mal
6 in 30 geht 5 mal	9 in 45 geht 5 mal
6 in 36 geht 6 mal	9 in 54 geht 6 mal
6 in 42 geht 7 mal	9 in 63 geht 7 mal
6 in 48 geht 8 mal	9 in 72 geht 8 mal
6 in 54 geht 9 mal	9 in 81 geht 9 mal
6 in 60 geht 10 mal	9 in 90 geht 10 mal

B. Tafelrechnen.

Nachstehende Zahlen sollen dividirt werden:

84 : 4	90 : 6	752 : 2	8967 : 3
75 : 5	98 : 7	576 : 4	9876 : 5
34 : 2	96 : 8	792 : 6	9975 : 7
75 : 3	108 : 9	992 : 8	12888 : 9.

3456 : 20	7932 : 60	1190 : 14	13823 : 23
2590 : 30	8426 : 70	1293 : 43	25920 : 34
4321 : 40	5987 : 80	1700 : 23	15964 : 52
7987 : 50	6236 : 90	1898 : 26	39465 : 76

39640 : 250	59476 : 202	36784 : 524
47360 : 340	38403 : 405	47832 : 325
64870 : 460	67842 : 503	62734 : 476
58976 : 580	43596 : 604	59642 : 1636.

§ 21. Probe der Division.

Da die Multiplikation gleiche Theile zusammensetzt, die Division aber eine Zahl in gleiche Theile zerlegt, so können beide Rechnungen einander als Probe dienen; denn wenn richtig zerlegt ist, so muß durch Zusammensetzung aller Theile wieder das Ganze heraus kommen.

Um daher die Richtigkeit eines Divisions-Beispieles zu prüfen, multiplizire man den Quotienten mit dem Divisor und zähle zu diesem Produkte den allenfallsigen letzten Rest hinzu. Das was hiebei herauskömmt, muß gleich dem Dividenden sein. Trifft dieß nicht zu, so muß man zuerst die zur Probe gerechnete Multiplikation, und wenn man da keinen Fehler findet, das Divisionsbeispiel noch einmal rechnen, bis man den Fehler gefunden und verbessert hat.

Anmerkung Geübte Rechner ziehen dieser Probe ein nochmaliges Dividiren des Beispiels vor, wobei sie dann die beiden Divisionen Zeile um Zeile vergleichen, um etwaige Fehler aufzufinden.

Fünfter Abschnitt.

Anleitung zur richtigen Anwendung der vier Rechnungsarten bei der Ausrechnung praktischer Aufgaben.

Die in den vorhergegangenen Abschnitten erklärten vier Rechnungsarten oder vier Species bilden die Grundlage der ganzen Arithmetik. Sie sind die unentbehrlichen Hilfsmittel zur Auflösung der Rechnungsaufgaben, die im gewöhnlichen Leben vorkommen. Es muß daher ein Jeder trachten, sich in denselben volle Fertigkeit zu verschaffen. Diese allein aber reicht noch nicht aus, sondern man muß sich deutlich bewußt sein, was mit jeder der vier Arten ausgerechnet werden kann, damit zu einer vorkommenden Aufgabe nicht eine unpassende Rechnungsart angewendet wird, indem hiedurch sicher eine irrige Antwort herauskommen müßte, wenn auch im Uebrigen richtig gerechnet wäre.

Es soll daher hier besonders aufmerksam gemacht werden, woran man bei einer Aufgabe die Rechnungsart erkennt, durch welche sie ausgerechnet werden kann. Dieses ist um so wichtiger, weil Jeder bei den Aufgaben, deren Ausrechnung ihm praktisch vorkömmt, die nöthige Rechnungsart selbst erkennen muß.

§ 22. Kennzeichen, an welchen die Rechnungsarten erkannt werden, die zur Ausrechnung einer Aufgabe nöthig sind.

Diese Kennzeichen liegen in den Erklärungen der vier Rechnungsarten, die auch hier nochmals, jedoch nur in Kürze erklärt werden sollen, damit sie jeder völlig begreife, und sich dieselben fest einpräge.

Zahlen sind keiner anderen Veränderung fähig, als der Vermehrung und der Verminderung. Es kann daher auch nur zwei Hauptrechnungsarten geben.

1) Zahlen zusammenzählen oder addiren heißt eine neue Zahl finden, die allein so groß ist, als alle gegebenen Zahlen zusammen genommen.
Diese Rechnungsart ist also eine Vermehrung.

2) Zwei Zahlen zusammensetzen oder nach gleichen Theilen vermehren (multipliziren), heißt die eine Zahl so oftmal zusammenzählen oder nehmen, als die andere Zahl Einheiten zählt. Die Multiplikation ist also auch eine Vermehrung, und zwar von völlig gleichen Theilen, während sie bei der Addition von verschiedener Größe sein dürfen.

3) Abziehen oder subtrahiren heißt den Unterschied zweier Zahlen finden, und dieser wird erhalten, wenn man von der einen Zahl die andere wegnimmt. Die Subtraktion ist also eine Verminderungsart.

4) Theilen oder Dividiren endlich heißt, eine gegebene Zahl in gleiche Theile zerlegen, sei es nun, um die Größe eines Theils zu erhalten, oder sei es, um die Anzahl der Theile (bei bekannter Größe derselben) zu finden. Es ist also jedenfalls die Theilung eine Verminderungsart und zwar nach gleichen Theilen, während sie beim Subtrahiren ungleich sein können.

Soll man nun eine Aufgabe ausrechnen, und man erkennt nicht auf den ersten Blick, welche Rechnungsart hiezu nöthig ist, so überdenke man:

a) aufmerksam den Sinn der Aufgabe, und fange nicht eher zu rechnen an, bis einem völlig klar ist, ob und welche Zahlen der Aufgabe sich vermehren oder vermindern.

b) Ist man hierüber im Klaren und hat z. B. erkannt, daß sie sich vermehren, so sieht man noch, ob die Vermehrung durch Theile von ungleicher Größe geschieht, oder ob alle Theile gleich groß sind. Bei ungleichen Theilen wendet man die Addition an, bei gleichen Theilen aber die Multiplikation. Hätte man aber erkannt, daß sich die Zahlen der Aufgabe vermindern, so mache man sich noch deutlich, ob diese Verminderung durch Theilung geschehe, nach dem einen oder dem andern Sinne der Theilung, und wende dann gleich die Division an; oder ob die Verminderung, der Ungleichheit der Theile wegen, nicht durch Theilung geschehen könne, und wende dann gleich die Subtraktion an.

Zuweilen kommen bei den Zahlen einer Aufgabe Wörter vor, wie z. B. „getheilt“, „mal“, „von“, „und“, an welchen man die Rechnungsart sogleich erkennen kann, wenn man sich erinnert, daß „und“ sowie auch „mal“ eine Vermehrung, — „von“ und „getheilt“ aber eine Verminderung anzeigen.

Dritte Abtheilung.

Die vier Rechnungsarten mit einfach und mehrfach benannten Zahlen.

Erster Abschnitt.

Die gesetzlich bestimmten Eintheilungen bei Münzen, beim Maß und Gewicht.

§ 23. Die Eintheilung beim Gelde.

Die Mark ist die Haupteinheit. Diese wird in 100 gleiche Theile getheilt, die Pfennige heißen. Demnach sind 100 Pfennig = 1 Mark.

§ 24. Die Maß- und Gewichts-Ordnung in Bayern.

Auszug aus dem Gesetze vom 29. April 1869, die Maß- und Gewichts-Ordnung in Bayern betreffend.

Art. 1. Die Grundlage des Maßes und Gewichtes ist das Meter mit decimaler Theilung und Vervielfältigung.

Art. 2. Es gelten folgende Maße und Gewichte:

A. Längenmaße.

Die Einheit bildet das Meter*). Der zehnte Theil des Meters heißt das Decimeter, der hundertste das Centimeter, der tausendste das Millimeter. Zehn Meter heißen das Dekameter, tausend Meter das Kilometer.

B. Flächenmaße.

Die Einheit bildet das Quadratmeter. Hundert Quadratmeter heißen das Ar. Zehntausend Quadratmeter heißen das Hektar.

C. Körpermaße.

Die Grundlage bildet das Kubikmeter. Die Einheit ist der tausendste Theil eines Kubikmeters oder ein Kubikdecimeter und heißt das Liter. Hundert Liter oder der zehnte Theil des Kubikmeters heißt das Hektoliter.

D. Gewichte.

Die Einheit des Gewichtes bildet das Kilogramm oder das Kilo (gleich zwei Zollpfund). Es ist das Gewicht eines Liters destillirten Wassers bei + 4 Gr. des hunderttheiligen Thermometers. Das Kilogramm wird in tausend Gramme getheilt mit decimalen Unterabtheilungen. Zehn Gramme heißen das Dekagramm. Der zehnte Theil eines Grammes heißt das Decigramm, der hundertste das Centigramm, der tausendste das Milligramm. Ein halbes Kilogramm heißt das Pfund. Fünfzig Kilogramm oder 100 Pfund heißen der Centner. Tausend Kilogramm oder 2000 Pfund heißen die Tonne.

---

*) Der amtliche Erlaß schreibt **das** Meter; im gewöhnlichen Leben hat sich aber die Bezeichnung: **der** Meter so eingebürgert, daß sie im Verlaufe des Textes auch nur angewendet werden wird.

Art. 3. Ein von diesem Gewicht (Art. 2) abweichendes Medicinal-, Gold-, Silber-, Juwelen- und Perlengewicht findet nicht statt.

Art. 4. In Betreff des Münzgewichtes verbleibt es bei den in Art. 1 des Münzvertrages vom 24. Januar 1857 gegebenen Bestimmungen.

Bemerkung. In Art. 9 werden die Bestimmungen über Eichung von Kalk-, Kohlen- und Torfmaßen der Verordnung vorbehalten.

Art. 5. Die bestehenden Feldmaße bleiben bis auf Weiteres in Geltung.

Erklärung des metrischen Maß- und Gewichts-Systems.

I. Längenmaße.

Erklärungen. Die Einheit des metrischen Längenmaßes ist der Meter, oder der 40Millionste Theil des Erdmeridians = 443,2959 Pariser Linien = 3,42621 bayerische Fuß.

Der Meter (m) wird nach dem Decimalsystem in seinen Vielfachen und Bruchtheilen wie folgt eingetheilt:

a) Decimale Vielfache des Meters.

Diese werden nach den griechischen Wörtern: Deka = 10; Hekto = 100; Kilo = 1000; Myria = 10000 benannt und sind:

10	Meter (m)	=	1 Dekameter
100	"	=	1 Hektometer
1000	"	=	1 Kilometer
10000	"	=	1 Myriameter*).

Es ist also:

1 Myriameter (Mm)	=	10	Kilometer
	=	100	Hektometer
	=	1000	Dekameter
	=	10000	Meter

*) Der Myriameter ist im bayer. Gesetz vom 29. April 1869, die Maß- und Gewichtsordnung betr., als Längenmaß nicht aufgeführt.

1 Kilometer (Km)	=	10	Hektometer
	=	100	Dekameter
	=	1000	Meter
1 Hektometer (Hm)	=	10	Dekameter
	=	100	Meter
1 Dekameter (Dm)	=	10	Meter

b) Decimale Bruchtheile des Meters.

Diese werden nach den lateinischen Wörtern: Deci = 1/10; Centi = 1/100; Milli = 1/1000 benannt und sind:

1 Decimeter (dm)	= 1/10	Meter	= 0,1	Meter
1 Centimeter (cm)	= 1/100	"	= 0,01	"
1 Millimeter (mm)	= 1/1000	"	= 0,001	"

Es ist also:

1 Meter (m)	=	10	Decimeter (dm)
	=	100	Centimeter (cm)
	=	1000	Millimeter (mm)
1 Decimeter (dm)	=	10	Centimeter (cm)
	=	100	Millimeter (mm)
1 Centimeter (cm)	=	10	Millimeter (mm).

Die Eintheilung der decimalen Vielfache und Bruchtheile des Meters geht am besten aus folgendem Schema hervor:

	Myriameter	Kilometer	Hektometer	Dekameter	Meter	Decimeter	Centimeter	Millimeter	Zehntels Mm.	
Decimale Vielfache des Meters	1	0	0	0	0,	0				
		1	0	0	0,	0				
			1	0	0,	0				
				1	0,	0				
					1,	0				
					0,	1				Decimal-Bruchtheile des Meters
					0,	0	1			
					0,	0	0	1		
					0,	0	0	0	1	

Die erste Stelle links des Komma's sind Meter, die zweite Dekameter, die dritte Hektometer, die vierte Kilometer, die fünfte Myriameter; die erste Decimal-Stelle rechts des Komma's sind Decimeter, die zweite Centimeter, die dritte Millimeter, die vierte Zehntels-Millimeter. *)

Auszug aus der kgl. allerh. Verordnung vom 14. September 1868, die Beschaffenheit und Stempelung der Maße und Gewichte betr.

Längenmaße.

§ 1. Zur Eichung und Stempelung werden nur die folgenden Maße zugelassen: 20, 10, 5, 2, 1 Meter; 0,5; 0,2; 0,1 Meter. Sämmtliche Maße müssen aus Metall, aus hartem gut getrocknetem Holz oder aus Elfenbein gefertigt sein und dürfen keine anderen Längenmaße enthalten.

§ 2. Zusammenlegmaße werden zur Eichung nicht zugelassen.

§ 3. Die Maße 20, 10 und 5 m sind in Kettenform aus Eisendraht in entsprechender, die Unveränderlichkeit sichernder Stärke herzustellen.

§ 4. Die zulässige Abweichung der Längenmaße ist: a) für metallene Präcisionsmaße: bei 1 m = 0,1 mm; bei 0,5 bis 0,1 m = 0,05 mm; b) für gewöhnliche Maßstäbe aus Metall oder von 0,5 m ab von Holz oder Elfenbein: bei 2 m = 0,75 mm; bei 1 m 0,5 mm; bei 0,5 m bis 0,1 m = 0,25 mm; c) für Maße aus Holz mit Metallbeschlägen nur in cm getheilt: bei 1 m = 1,0 mm; bei 0,5 m = 0,75 mm; d) für Meßketten: bei 20 m = 3,5 mm; bei 10 m = 2,25 mm; bei 5 m = 1,75 mm.

II. Flächenmaße.

Erklärungen. Die Einheit des metrischen Flächenmaßes ist der Quadratmeter (□m) oder ein Quadrat, welches ein Meter lang und 1 Meter breit ist. (1 □m = 11,7396 bayer. □'.)

Der Quadratmeter wird nach seinen decimalen Vielfachen und Bruchtheilen, wie folgt, eingetheilt:

*) Die Ausdrücke Dekameter, Hektometer, sowie Decimeter, werden gewöhnlich nicht gebraucht.

a) Decimale Vielfache des Quadratmeters:

Diese werden nach den griechischen Wörtern: Deka = 10 und Hekto = 100 benannt und sind:

Das Ar oder der □Dekameter = 100 □Meter, ferner das Hektar oder der □Hektometer = 10000 □Meter.

Das Ar ist ein Quadrat, welches ein Dekameter oder 10 Meter lang und breit ist.

Das Hektar ist ein Quadrat, welches ein Hektometer oder 100 Meter lang und breit ist.

Hieraus folgt:

1 Ar (Ar) = 100 □Meter;

1 Hektar (Hektar) = 100 Aren = 100 × 100 = 10000 □Meter;

1 □Meter = 1 Centi-Ar = 0,01 Ar = 0,0001 Hektar;

1 Ar = 0,01 Hektar.

Zur Ausmessung sehr großer Flächen, wie von ganzen Provinzen und Ländern, muß man sich, da in Bayern keine metrische Meile und □Meile vorgesehen ist, der □Kilometer und □Myriameter bedienen.

1 □Kilometer ist ein Quadrat, welches 1 Kilometer = 1000 Meter lang und breit ist.

1 Myriameter ist ein Quadrat, welches 1 Myriameter = 10000 □Meter lang und breit ist.

b) Decimale Bruchtheile des Quadratmeters:

Diese werden nach den lateinischen Wörtern: Deci = $^1/_{10}$; Centi = $^1/_{100}$; Milli = $^1/_{1000}$ benannt und sind:

1 □Decimeter (□dm) = $^1/_{100}$ □Meter (□m)

1 □Centimeter (□cm) = $^1/_{100}$ □Decimeter (□dm)

1 □Millimeter (□mm) = $^1/_{100}$ □Centimeter (□cm)

Der □Decimeter (□dm) ist ein Quadrat, welches ein Decimeter (0,1 Meter) oder 10 Centimeter lang und breit ist.

Der □Centimeter (□cm) ist ein Quadrat, welches ein Centimeter (0,01 Meter) lang und breit ist.

Der □Millimeter (□mm) ist ein Quadrat, welches ein Millimeter (0,001 Meter) lang und breit ist.

Zur besseren Uebersicht der Eintheilung des metrischen Flächenmaßes dient das folgende Schema:

	Hektar = 100 Aren = 10000 □m	10 Aren = 1000 □m	Ar = 1 Ar = 100 □m	1/10 Ar = 10 □m	Centiar = 1/100 Ar = 1 □m	1/10 □m = 10 □dm	□dm = 1/100 □m = 100 □cm	1/10□dm = 1/1000 □m = 10 □cm	□cm = 1/10000 □m = 100 □mm	1/10□cm = 1/100000 □m = 10 □mm	□mm = 1/1000000 □m = 1 □mm	
1 Hektar	1	0	0	0	0,	0						= 10000 □m = 100 Aren
		1	0	0	0,	0						
1 Ar			1	0	0,	0						= 100 □m = 100 Centiar
				1	0,	0						
1 Centiar					1,	0						= 1 □m
					0,	1						
1 □dm = 0,01□m					0,	0	1					= 1/100 □m = 100 cm
					0,	0	0	1				
1 □cm = 0,01□dm					0,	0	0	0	1			= 1/10000 □m = 100 □mm
					0,	0	0	0	0	1		
1 □mm = 0,01□cm					0,	0	0	0	0	0	1	= 1/1000000 □m

III. Körpermaße.

Erklärungen. Die Einheit des metrischen Körpermaßes ist der Kubikmeter (cm) oder ein Würfel, welcher einen Meter lang, einen Meter breit und einen Meter hoch ist. Ein Kubikmeter = 40,2235 bayer. Kubikfuß.

Die Unterabtheilungen des Kubikmeters sind: Der Kubikdecimeter (cdm), der Kubikcentimeter (ccm), der Kubikmillimeter (cmm).

Der Kubikdecimeter (cdm) ist ein Würfel, welcher einen Decimeter (= 0,1 Meter = 10 Centimeter) lang, breit und hoch ist.

Der Kubikcentimeter (ccm) ist ein Würfel, welcher einen Centimeter (= 0,01 Meter) lang, breit und hoch ist.

Der Kubikmillimeter (cmm) ist ein Würfel, welcher einen Millimeter lang, breit und hoch ist.

Da ein Meter = 10 Decimeter = 100 Centimeter = 1000 Millimeter ist, so ist

$$1 \text{ cm} = 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ cdm}$$
$$= 100 \times 100 \times 100 = 1000\,000 \text{ ccm}$$
$$= 1000 \times 1000 \times 1000 = 1000\,000\,000 \text{ cmm}$$

Zur besseren Uebersicht der Eintheilung des Kubikmeters und seiner decimalen Vielfachen dient folgendes Schema, in welches auch, der Vollständigkeit wegen, der Kubikdekameter, der Kubikhektometer und der Kubikkilometer aufgenommen wurden, obwohl diese Körpermaße höchst selten oder gar nicht angewendet werden.

	1 Kubik-Kilometer = 1000 Million cm	100 „ „	10 „ „	1 Kubik-Hektometer = 1 „ „	100 Tausend „	10 „ „	1 Kubik-Dekameter = 1 „ „	100 cm	10 „	1 Kubik-Meter = 1 „ Einheit	1/10 „	1/100 „	1 Kubik-Decimeter = 1/1000 „	1/10 cdm	1/100 „	1 Kubik-Centimeter = 1/1000 „	1/10 ccm	1/100 „	1 Kubik-Millimeter = 1/1000 „	
Decimale Vielfache des Kubik-Meters.	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0,	0									= 1 Kubik-Kilometer
		1	0	0	0	0	0	0	0	0,	0									
			1	0	0	0	0	0	0	0,	0									
				1	0	0	0	0	0	0,	0									= 1 „ Hektometer
					1	0	0	0	0	0,	0									
						1	0	0	0	0,	0									
							1	0	0	0,	0									= 1 „ Dekameter
								1	0	0,	0									
									1	0,	0									
										1,	0									= 1 „ Meter
Decimal-Bruchtheile des Kubik-Meters.	1/10 Kubik-Meter =									0,	1									
	1/100 „ „ =									0,	0	1								
	1 Kubik-Decimet. =									0,	0	0	1							
	1/10 „ „ =									0,	0	0	0	1						
	1/100 „ „ =									0,	0	0	0	0	1					
	1 Kubik-Centimet. =									0,	0	0	0	0	0	1				
	1/10 „ „ =									0,	0	0	0	0	0	0	1			
	1/100 „ „ =									0,	0	0	0	0	0	0	0	1		
	1 Kubik-Millimet. =									0,	0	0	0	0	0	0	0	0	1	

IV. Hohlmaße.

Erklärungen. Die Maßeinheit der sogenannten **Hohlmaße** (für Körnerfrüchte und Flüssigkeiten) ist der **Liter** (L) = 0,93543 bayer. Maßkannen.

Der **Liter** ist gleich dem Inhalt eines **Kubikdecimeters** oder eines Tausendstel Kubikmeters.

Der **Liter** ist sohin gleich dem Inhalt eines Würfels, welcher einen Decimeter (= 10 cm = 0,10 m) lang, breit und hoch ist.

Die decimalen Vielfachen und Bruchtheile des Liters sind:

a) Decimale Vielfache des Liters:

Diese werden wieder nach den griechischen Wörtern Deka = 10; Hekto = 100; Kilo = 1000, benannt und sind:

1 Dekaliter	=	10 Liter	(L)
1 Hektoliter	=	100 „	(HL)
1 Kiloliter	=	1000 „	

Der Dekaliter und der Kiloliter sind gesetzlich nicht eingeführt, und hier nur der Vollständigkeit wegen angegeben.

b) Decimale Unterabtheilungen des Liters.

Zur Bezeichnung der decimalen Unterabtheilungen des Liters dienen die lateinischen Wörter Deci = $^1/_{10}$, Centi = $^1/_{100}$, Milli = $^1/_{1000}$; diese Unterabtheilungen sind:

1 Deciliter	=	$^1/_{10}$	(= 0,1)	Liter (L)
1 Centiliter	=	$^1/_{100}$	(= 0,01)	Liter
	=	$^1/_{10}$	(= 0,1)	Deciliter
1 Milliliter	=	$^1/_{1000}$	(= 0,001)	Liter
	=	$^1/_{10}$	(= 0,1)	Centiliter
	=	$^1/_{100}$	(= 0,01)	Deciliter

Hieraus folgt: 1 Liter (L)	=	10	Deciliter
	=	100	Centiliter
	=	1000	Milliliter.

Zur besseren Uebersicht der **decimalen Vielfache** und der **Decimal-Bruchtheile des Liters** dient folgendes Schema:

	Kiloliter = 1 cm	Hektoliter = 0,1 cm	Dekaliter = 0,01 "	Liter = 0,001 " = 1 cdm	Deciliter = 0,1 cdm	Centiliter = 0,01 "	Milliliter = 0,001 " = 1 ccm	
Decimale Vielfache des Liters	1	0	0	0,	0			1 Kiloliter = 1000 Liter
		1	0	0,	0			1 **Hektoliter** = 100 "
			1	0,	0			1 Dekaliter = 10 "
				1,	0			1 **Liter**
Decimale Bruchtheile des Liters				0,	1			1 Deciliter = 0,1 "
				0,	0	1		1 Centiliter = 0,01 "
				0,	0	0	1	1 Milliliter = 0,001 "

Vorschriften über die Flüssigkeitsmaße in Bayern.

Nach der allerhöchsten Verordnung vom 14. September 1869 dürfen in Bayern nur folgende Flüssigkeitsmaße zur Eichung und Stempelung zugelassen werden:

An Vielfachen des Liters:

20 — 10 — 5 — 2 — 1 Liter.

An Bruchtheilen des Liters:

$^1/_2$ — $^1/_4$ — $^1/_8$ — $^1/_{16}$ — $^1/_{32}$ Liter

0,5 — 0,2 — 0,1 — 0,05 — 0,02 "

Die Maße von 2, 1, $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$, $^1/_{16}$, $^1/_{32}$ Liter müssen in cylindrischen Gefäßen von Zinn, Weißblech, innen verzinntem Messing oder Kupfer hergestellt sein, welche folgende Dimensionen haben sollen:

Größe des Maßes	Cylinder-Durchmesser in Centimeter	Höhe in Centimetern
2 Liter	10,84	21,67
1 "	8,60	17,21
$^1/_2$ "	6,83	13,65
$^1/_4$ "	5,51	10,48
$^1/_8$ "	4,40	8,01
$^1/_{16}$ "	3,60	6,14
$^1/_{32}$ "	2,92	4,97

Die Flüssigkeitsmaße für 0,2 — 0,1 — 0,05 — 0,02 Liter müssen die Gestalt eines abgestutzten Kegels haben nach folgenden Dimensionen:

Größe des Maßes	Durchmesser in Centimetern oben	Durchmesser in Centimetern unten	Höhe in Centimetern
0,2 Liter	5,12	7,68	6,14
0,1 „	4,14	6,21	4,69
0,05 „	3,35	5,03	3,58
0,02 „	2,52	3,78	2,53

Bei diesen Flüssigkeitsmaßen ist eine Abweichung von 5% mehr oder weniger in den Dimensionen gestattet.

Flüssigkeitsmaße von 5, 10 und 20 Liter müssen cylinderförmig mit engerem Halse von höchstens 10 Centimeter Durchmesser hergestellt werden.

Hohlmaße für trockene Gegenstände werden nur in folgenden Größen zur Eichung und Stempelung zugelassen:

1, 1/2 oder 5 Hektoliter	1/2, 1/4, 1/8, 1/16 Liter
20, 10, 5, 2, 1 Liter	0,2, 0,1, 0,05 Liter.

Diese Maße müssen in Metall oder Holz in Form eines Cylinders ausgeführt werden, dessen Durchmesser 1 1/2 mal so groß ist als die Höhe.

Für die Maße von 1 Hektoliter bis 1 Liter sind Abweichungen bis zu 3%, bei den kleineren Maßen bis zu 5% zulässig.

Hienach ergeben sich für die verschiedenen Maßgrößen folgende Durchmesser:

Größe des Maßes	Durchmesser in Centimetern
1 Hektoliter	57,59
1/2 = 0,5 „	45,71
20 Liter	33,68
10 „	26,73
5 „	21,22
2 „	15,63
1 „	12,41
1/2 = 0,50 „	9,85
1/4 = 0,25 „	7,81
1/8 = 0,125 „	6,20
1/16 = 0,0625 „	4,92

Maße aus Holz müssen am oberen Rande einen eisernen Reif erhalten, so daß das Gefäß an diesem endet. Das Hektoliter und das halbe Hektoliter müssen zur Sicherung der Gestalt ein mit Boden und Wand fest verbundenes Beschläg aus Bandeisen und oben einen diametral liegenden Steg besitzen, der mit einer eisernen, in der Mitte des Bodens lothrecht stehenden Stange fest verbunden ist. Maße aus Eisenblech oder Kupferblech müssen zur Sicherung ihrer Gestalt am oberen Rande mit einem Metallreif oder eingelegten Draht versehen sein.

V. Gewichte.

Erklärung. Die Einheit des metrischen Gewichtes ist das Gramm oder das Gewicht eines Kubikcentimeters destillirten Wassers bei seiner größten Dichtigkeit, d. i. bei einer Temperatur von +4 Grad des 100-theiligen Thermometers.

Das Gramm wird in seinen decimalen Vielfachen und Bruchtheilen wie folgt eingetheilt:

a) Decimale Vielfache des Grammes.

Diese werden wie bei den Längen-, Flächen-, Körper- und Hohlmaßen nach den griechischen Wörtern: Deka = 10; Hekto = 100; Kilo = 1000 benannt und sind:

10 Gramm (gr) = 1 Dekagramm (Dgr)
100 „ = 1 Hektogramm (Hgr)
1000 „ = 1 Kilogramm (Kilo oder Kgr)

Es ist also:	1 Kilogramm	=	10 Hektogramm
		=	100 Dekagramm
		=	1000 Gramm
	1 Hektogramm	=	10 Dekagramm
		=	100 Gramm
	1. Dekagramm	=	10 Gramm

Nach dem Gesetz vom 29. April 1869 Art. 2 D ist die Einheit des Gewichtes das Kilogramm.

Ein Kilogramm ist das Gewicht eines Kubikdecimeters oder eines Liters destillirten Wassers bei + 4 Grad des 100-theiligen Thermometers.

b) Decimale Bruchtheile des Grammes.

Diese werden wie beim Längen-, Flächen-, Körper- und

Hohlmaß mit den lateinischen Vorsilben Deci = $^1/_{10}$; Centi = $^1/_{100}$; Milli = $^1/_{1000}$ bezeichnet und sind:

1 Decigramm (dgr) = $^1/_{10}$ Gramm
1 Centigramm (cgr) = $^1/_{100}$ „
1 Milligramm (mgr) = $^1/_{1000}$ „

Es ist also: 1 Gramm = 10 Decigramm
= 100 Centigramm
= 1000 Milligramm
1 Decigramm = 10 Centigramm
= 100 Milligramm
1 Centigramm = 10 Milligramm.

Die Eintheilung der decimalen Vielfache und Bruchtheile des Grammes geht am besten aus folgendem Schema hervor:

	Kilogramm = 1000 Gramm	Hektogramm = 100 „	Dekagramm = 10 „	Gramm	Decigramm = $^1/_{10}$ „	Centigramm = $^1/_{100}$ „	Milligramm = $^1/_{1000}$ „	
Decimale Vielfache des Grammes	1	0	0	0,	0			
		1	0	0,	0			
			1	0,	0			
Einheit:				1,	0			Einheit
				0,	1			Decimale
				0,	0	1		Bruchtheile
				0,	0	0	1	des Grammes

Da das Gramm (Gewicht eines Kubikcentimeters Wasser) schon ein sehr kleines Gewicht ist, so hat das Gesetz vom 29. April 1869 für den öffentlichen Verkehr das Kilogramm (Gewicht eines Kubikdecimeters oder eines Liters Wasser) als Einheit festgesetzt.

Weiter bestimmt das Gesetz:

„Ein halbes Kilogramm heißt das Pfund."

Das neue bayerische Pfund hat also 500 Gramm oder 5 Hektogramm und ist gleich dem Gewicht von $^1/_2$ Kubik-

Decimeter oder $1/2$ Liter Wasser. Es ist auch gleich dem bisherigen **Zollpfund**, welches ebenfalls 500 Gramm hat.

Das Gesetz bestimmt ferner:

„Fünfzig Kilogramm oder hundert Pfund heißen der Centner.

„Tausend Kilogramm oder zweitausend Pfund heißen die Tonne."

Der neue bayerische Centner hat also 50 Kilogramm = 100 neue oder Zollpfund.

Eine Tonne ist gleich 1000 Kilogramm = 2000 Zollpfund = 20 Centner.

Auszug aus der k. allerh. Verordnung vom 14. September 1869 in Betreff der herzustellenden Gewichte.

Die zur Eichung und Stempelung zugelassenen gußeisernen Gewichte sind:

50	Kilogramm	oder 1 Centner
50	Pfund	„ $1/2$ „
20	Kilogramm	
10	„	
5	„	
2	„	
1	„	
500	Gramm	oder 1 Pfund
$1/2$	Pfund	
200	Gramm	
100	Gramm	
50	„	

Die Form der Gewichte ist cylinderförmig. Die Gewichtsstücke von 50 Pfund erhalten eine bombenförmige Gestalt.

Die Gewichtsstücke der Kilogrammreihe von 50 Kilogramm bis 500 Gramm abwärts erhalten eine Cylindergestalt derart, daß der Durchmesser gleich ist der Höhe.

Gewichtsstücke von $1/2$ Pfund sind in Cylindergestalt derart auszuführen, daß die Höhe gleich ist der Hälfte des Durchmessers.

Gewichtsstücke von 50 und 20 Kilogramm, dann 50 Pfund sind mit einem schmiedeisernen Griff zu versehen.

Gewichtsstücke von 10 Kilogramm bis 500 Gramm incl.

herab, ferner Gewichtsstücke von ½ Pfund sind mit einem angegossenen Knopf zu versehen.

Gewichtsstücke von 200, 100, 50 Gramm sind ohne Knopf als Cylinder herzustellen derart, daß die Höhe gleich ist der Hälfte des Durchmessers.

Die Gewichtsstücke aus Messing sind:

10 Kilogramm	200 Gramm
5 "	100 "
2 "	50 "
1 "	20 "
500 Gramm = 1 Pfund	10 "
½ Pfund	5 "
	2 "
	1 "

Diese Messinggewichte müssen die Gestalt eines Cylinders besitzen, dessen Höhe gleich ist dem Durchmesser. Nur für Gewichte von ½ Pfund, 2 und 1 Gramm soll die Höhe des Cylinders gleich sein der Hälfte des Durchmessers.

Der Cylinder hat in allen Fällen einen angegossenen Knopf zu erhalten, auf welchem die Gewichtsgröße bezeichnet ist.

VI. Abgekürzte Schreibweise für Münzen, Maße und Gewichte.

a. Für die Reichsmünzen.

ℳ = Mark*)

₰ = Pfennig.

Anmerkung. Für die Bezeichnung der neuen Maße und Gewichte sind vom k. St. M. d. J. f. K. u. Sch. A. folgende Abkürzungen zur allgemeinen Annahme empfohlen.

b. Für die Längenmaße:

Km = Kilometer
Hm = Hektometer
Dm = Dekameter
m = Meter
dm = Decimeter
cm = Centimeter
mm = Millimeter

c. Für die Flächenmaße:

□Km = Quadratkilometer
□Hm = Quadrathektometer (Hektar)
□Dm = Quadratdekameter (Ar)
□m = Quadratmeter
□dm = Quadratdecimeter
□cm = Quadratcentimeter
□mm = Quadratmillimeter

*) Entschließung des k. Staatsministeriums des Innern vom 20. Dezember 1874 Nr. 4224. Im amtlichen Verkehre ist für das 10 Markstück die Benennung „Krone“, für das 20 Markstück die Benennung „Doppelkrone“ (siehe Ges.- u. Verordn.-Bl. f. d. Königreich Bayern Nr. 29 vom 21. Mai 1875).

d. Für die Körpermaße:		e. Für die Hohlmaße:	
c^{Km}	= Kubikkilometer	KL	= Kiloliter
c^{Hm}	= Kubikhektometer	HL	= Hektoliter
c^{Dm}	= Kubikdekameter	DL	= Dekaliter
c^{m}	= Kubikmeter	L	= Liter
c^{dm}	= Kubikdecimeter	dL	= Deciliter
c^{cm}	= Kubikcentimeter	cL	= Centiliter
c^{mm}	= Kubikmillimeter	mL	= Milliliter

f. Für die Gewichte:

Ctr	= Centner
℔	= Pfund
Kgr	= Kilogramm
Hgr	= Hektogramm
Dgr	= Dekagramm
gr	= Gramm
dgr	= Decigramm
cgr	= Centigramm
mgr	= Milligramm

VII. Papier=Maß.

Man geht von dem Bogen als Einheit aus. 24 Bogen heißen 1 Buch. (Beim Druckpapier 25 Bogen.)

20 Buch = 1 Ries

10 Ries = 1 Ballen.

Anmerkung. Ein Bogen Schreibpapier in Aktenformat ist 34 cm hoch und 2 × 20½ cm = 41 cm breit, hält also 34 × 41 = 1394 □cm = $13^{94}/_{100}$ □dm oder nahezu 14 □dm; der halbe Bogen 7 □dm.

Eine Versammlung deutscher Papierfabrikanten hat für die Zukunft folgende Eintheilung für Schreib- und Druckpapier vorgeschlagen: 1000 Bogen = 1 Ries

100 „ = 1 Buch

10 „ = 1 Heft.

VIII. Maße nach Stücken.

2 Stücke heißen ein Paar	60 Bund (Stroh ꝛc.) heißen 1 Schober
12 „ „ ein Dutzend	25 Kielfedern heißen 1 Bund.
15 „ „ eine Mandel	
4 Mandel „ 1 Schock	

IX Zeit=Eintheilung.

Aus der Natur sind 2 Haupteinheiten entnommen:

1) der Tag; 2) das Jahr.

1) Der Tag ist die Zeit, welche die Erde zu einer vollständigen Umdrehung um ihre Achse braucht, binnen welcher

also Nacht und Tag mit einander abgewechselt haben. Diese Haupteinheit wird in 24 gleiche Theile getheilt, welche Stunden heißen. Die Stunde wird ferner in 60 gleiche Minuten und die Minute wieder in 60 gleiche Sekunden eingetheilt. Die Stunden werden von Mitternacht an (welche im gewöhnlichen Leben als Tagesanfang genommen ist) bis Mittag gezählt, und von da an aufs Neue bis wieder Mitternacht, jedesmal von 0 bis 12.

2) Das Jahr ist die Dauer eines Umlaufes der Erde um die Sonne, und hiezu braucht die Erde nahe an 365 Tage und 6 Stunden. Die 6 Stunden werden 3 Jahre hintereinander ausgelassen, und dafür dem folgenden vierten Jahre ein ganzer Tag (da 4 × 6 Stunden = 24 Stunden = 1 Tag ist) zugezählt oder eingeschaltet. Die Jahre zu 365 Tag heißen gemeine Jahre, und das vierte zu 366 Tag wird Schaltjahr genannt. Letztere sind erkennbar an ihren durch 4 ohne Rest theilbaren Jahreszahlen, z. B. 1876. 1880. 1884. 1888 u. s. f.

Das Jahr wird in 12 Theile getheilt, die nicht alle gleiche Länge haben, und Monate heißen. Die Namen und Längen derselben sind:

der	1te	heißt	Januar	und zählt jeder 31 Tage	der	4te	heißt	April (u. zählt jeder 30 Tage)
„	3te	„	März		„	6te	„	Juni
„	5te	„	Mai		„	9te	„	September
„	7te	„	Juli		„	11te	„	November
„	8te	„	August		„	2te	„	Februar und zählt im gemeinen Jahre 28, in jedem Schaltjahre aber 29 Tage.
„	10te	„	Oktober					
„	12te	„	Dezember					

Ferner heißen noch:

100 Jahre ein Jahrhundert (Saeculum)
10 „ ein Jahrzehend (Decennium)
7 Tage eine Woche; 3 Monate ein Quartal, und 2 Quartale zusammen ein Semester.

Anmerkung. In manchen Fällen (z. B. bei Zinszahlungen) ist es der leichtern Rechnung wegen gewöhnlich, jeden Monat gleichmäßig zu 30 Tag anzunehmen.

Zweiter Abschnitt.

Addition und Subtraktion einfach und mehrfach benannter Zahlen.

Einfach und mehrfach benannte Zahlen, die regelmäßig mit 10 eingetheilt sind, können völlig so, wie unbenannte Zahlen addirt und subtrahirt werden. Da unser Geld, Maß und Gewicht durchaus zehntheilig abgetheilt ist, so hat man zur Addition und Subtraktion mehrfach benannter Zahlen keine eigene Regel nöthig. Eine Ausnahme hievon macht das jetzige Papier-Maß und die Zeit-Eintheilung.

§ 25. Addition und Subtraktion im Papiermaße.

Beispiel. Man zähle folgende bereits richtig unter einander geschriebene Posten zusammen.

Ballen	Ries	Buch	Bogen
14	6	18	23
32	3	—	6
7	—	—	19
54	—	—	—

Ausrechnung. Man fängt bei der Reihe der Bogen an, und findet ihre Summe: 48 Bogen. 48 Bogen = 2 Buch. — 2 Buch und 18 Buch = 20 Buch = 1 Ries.

1 Ries + 3 + 6 Ries = 10 Ries = 1 Ballen.

1 Ballen + 7 + 32 + 14 Ballen = 54 Ballen.

Beispiel. 7 Ballen 3 Ries 12 Buch — 3 Ballen 9 Ries 17 Buch?

	Ballen	Ries	Buch	
Ansatz.	7·	(10) 3·	(20) 12	das Ganze
	3	9	17	der Abzug
	3	3	15	der Rest.

Das obige Beispiel lautet demnach bei den Buch anfangend: 17 von 12 Buch geht nicht, man borge daher 1 Ries = 20 Buch; 20 + 12 Buch = 32 Buch — 17 Buch bleibt 15. Ferner 9 Ries von 2 Ries geht nicht, borge 1 Ballen = 10 Ries; 10 Ries + 2 = 12 Ries — 9 = 3 Ries Rest. 3 Ballen von 6 Ballen = 3 Ballen. Es verbleiben sohin 3 Ballen 3 Ries 15 Buch Rest.

§ 26. Subtraktion und Addition im Zeitmaße.

Unsere Zeitangaben (Daten) in Jahren, Monaten und Tagen nach Christi Geburt sind durch Ordnungszahlen (als 1tes, 2tes, 1875tes Jahr ꝛc. ꝛc.), nicht aber durch Hauptzahlen (1, 2 ꝛc. 1875 Jahre) angegeben; so z. B. bedeutet das Datum der 16. April 1875, daß der angegebene Tag im 1875ten Jahre, im 4ten Monate der 16 Tag n. Chr. Geb. sei, nicht aber, daß an diesem Tage schon 1875 Jahre 4 Monate und 16 Tage seit Chr. Geb. verflossen sind.

Da aber Rechnungen mit Ordnungszahlen nicht die nöthige Einsicht gewähren, so werden sie vorher in Hauptzahlen verwandelt, indem man jede Ordnungszahl um 1 kleiner schreibt. Bei unsern Daten muß man sich überdieß die Ordnungszahlen der Monate aus ihren Namen merken.

Demgemäß wird obiges Datum zur Rechnung verwandelt in:

1874 Jahre 3 Monate 15 Tage nach Chr. Geburt.

Die Richtigkeit dieser Verwandlung aber leuchtet ein, wenn man bedenkt, daß so lange im Jahre 1875 gezählt wird, erst 1874 volle Jahre verflossen sind, daß ferner, so lange man im 4ten Monate (April) zählt, erst 3 volle Monate dieses Jahres vorüber, und endlich am 16ten dieses Monats erst volle 15 Tage desselben abgelaufen sind; daß also den 16ten April 1875 wirklich erst 1874 Jahre 3 Monate und 15 Tage seit Chr. G. (als dem Anfange unserer Zeitrechnung) verflossen sind.

Wenn bei einer Zeitangabe auch Stunden, Minuten u. s. w. vorkommen, so bleiben ihre Zahlen unverändert, indem sie die Uhr schon nach Hauptzahlen zählt. So z. B. bedeutet die Angabe 9 Uhr 20 Minuten Vormittags, daß seit Mitternacht (als dem Anfange des laufenden Tages) 9 Stunden, 20 Minuten völlig verflossen sind. Dabei ist nur zu bemerken, daß bei Nachmittags- oder Abends-Zeit die Stundenzahl um 12 vermehrt werden muß, indem wir Mittags 12 Uhr die Stunden wieder von vorn zu zählen anfangen; 9 Uhr 20 Minuten Abends wird daher in Rechnungen geschrieben:

21 Stunden 20 Minuten.

Soll ferner umgekehrt eine mit Hauptzahlen geschriebene

Zeitangabe in die gewöhnliche Datumsangabe verwandelt werden, so darf man auch nur umgekehrt Jahres-, Monats- und Tageszahlen um 1 vergrößern, Stunden-, Minuten- &c. Zahlen aber unverändert lesen.

Nach dieser Vorbereitung, welche verstanden sein muß, um in unsern Daten mit Einsicht rechnen zu können, sollen nun die Arten von Beispielen erklärt werden, welche am gewöhnlichsten im praktischen Leben vorkommen.

A. Es ist der Zeitunterschied zwischen zwei Daten zu finden; z. B. N. N. wurde geboren im Jahre 1789 den 20ten Juli Abends 9 Uhr, und starb 1840 den 9ten Januar Früh 5 Uhr. Welches Alter erreichte er?

Regel hiezu:

1) Man verwandle zuerst die Ordnungszahlen der Jahre, Monate und Tage nach Obigem in Hauptzahlen.
2) Schreibe zugleich die größere Zeitangabe (d. i. das neuere Datum) obenan, und darunter die kleinere Zeitangabe (d. i. das ältere Datum).
3) Ziehe dann das Untere vom Obern ab und zähle dabei einen etwa geborgten Monat durchgängig zu 30 Tagen.

Beispiel. Man berechne das oben bei A. verlangte Alter.

Seit Chr. Geb. waren verflossen	Jahre	Monate	Tage	Stunden
bei dem Tode des N. . . .	18·39·	12) 0·	30) 8·	24) 5
bei der Geburt des N. . . .	1788	6	19	21
daher ist das erreichte Alter des N.	--50	5	18	8

d. i. der Zeitunterschied zwischen seiner Sterbe- und Geburtsstunde.

Uebungs-Beispiele.

Se. Majestät König Ludwig I. ist den 25. August 1786 geboren. Welches Alter hatte Allerhöchst Derselbe als Commandant der ersten Armee-Division in den Gefechten des 19ten April 1809?

Antw.: 22 Jr. 7 Mt. 24 Tg.

Welches Lebensalter hatte Se. Majestät König Maximilian II. bei Uebernahme der Regierung am 20ten März 1848, da Allerhöchst Derselbe den 28ten November 1811 geboren ist?

Antw.: 36 Jr. 3 Mt. 22 Tg.

Gustav Adolph, geboren den 9ten November 1594, blieb in der Schlacht bei Lützen am 6ten November 1632.

Friedrich der Große, geboren den 24ten Januar 1712, starb den 17ten August 1786. Was ist der Unterschied ihres erreichten Alters?

Antw.: Friedrich der Große wurde um 36 Jr. 7 Mt. 26 Tg. älter.

B. Unter A. wurde erklärt, wie man den Zeitunterschied zwischen zwei Daten finde. Zuweilen soll man aber auch das Datum angeben, welches nach oder vor Verlauf einer bestimmten Zeit geschrieben wird oder wurde.

Z. B. Soldat N. ist am 27ten August 1875 wegen des militärischen Verbrechens der Verletzung der Subordination zu 4 Jr. 8 Mt. 15 Tg. Festungshaft verurtheilt worden; an welchem Tage hat er diese Strafzeit vollendet?

Ausrechnung.

Nach Chr. Geb. waren	Jahre,	Monate,	Tage
bei Verurtheilung verflossen . . .	1874	7	26
Die Strafzeit ist	4	8	15
dieß addirt gibt die Zeit der Entlassung aus der Haft	1879	4	11

Mithin Datum der Entlassung:
1880tes Jahr, 5ter Monat, 12ter Tag.

Uebungs-Beispiele.

Der Taglöhner N. N. wurde wegen eines Vergehens zu 2 Jr. 6 Mt. 3 Tg. Gefängniß verurtheilt; dieses Urtheil wurde am 10ten Mai 1875 rechtskräftig und stellte sich N. N. am 12ten Juni 1875 in der Gefangen-Anstalt N. zur Verbüßung seiner Strafe. An welchem Datum hat er diese Strafe erstanden?

Antw.: Am 15ten Dezember 1877.

An welchem Tage war A. geboren, da er den 16ten Januar 1832 Mittags 11 Uhr 30 Minuten in einem Alter von 94 Jr. 7 Mt. 28 Tg. 19 Std. 42 Min. starb?

Antw.: Geboren 1837 den 17ten Mai Nachmittags 3 Uhr 48 Minuten.

Max Joseph III., Churfürst von Bayern, starb den 30ten Dezember 1777 nach einer Regierung von 32 Jahren, 11 Monaten und 10 Tagen. Man finde das Datum seines Regierungsantrittes.

Antw.: 1745 am 20ten Januar.

Dritter Abschnitt.

Vom Multipliziren mehrfach benannter Zahlen.

§ 27. Erklärung.

Alle Sätze der Multiplikation von § 16 bis § 18 haben auch hier, als allgemeine Sätze der gleichmäßigen Vermehrung ihre volle Gültigkeit. Es braucht daher nur gezeigt zu werden:

1) wie eine mehrfach benannte Zahl mit einem unbenannten Anzeiger multiplizirt wird, und
2) wie die Multiplikation mit einem mehrfach benannten Anzeiger zu verstehen sei.

Allgemeine Regel.

ad 1. a) Man bringe das mehrfach benannte Einfache (Multiplikand) auf seinen niedrigsten Ausdruck;
b) multiplizire es dann mit dem Anzeiger in gewöhnlicher Art und
c) führe das erhaltene Produkt wieder auf die höhere Gattung zurück.

Beispiel. Was geben 6 Ries 18 Buch × 36?

Rechnung. 6 Ries 18 Buch
× 20 Buch

120 Buch + 18 Buch = 138 Buch.

138 × 36 = 4968 Buch : 20 = 248 Ries 8 Buch.

ad 2. Wenn zwei mehrfach benannte Zahlen mit einander zu multipliziren sind, so muß man zuerst aus dem Sinne der Aufgabe zu erkennen suchen, welche von den beiden Zahlen der Multiplikand und welche der Anzeiger sei.

Letzterer wird dann auf einen einzigen Ausdruck gebracht, und mit ihm, wie mit einer unbenannten Zahl, die andere mehrfach benannte multiplizirt. Auf welchen Ausdruck aber der Anzeiger zu bringen sei, muß ebenfalls nur aus dem Sinne der Aufgabe erkannt werden.

Vierter Abschnitt.

Vom Theilen mehrfach benannter Zahlen.

§ 28. Erklärung.

Bei der Theilung kommen zwei verschiedene Fälle vor (siehe § 20); es sind nämlich entweder:

1) Dividend und Divisor benannte Zahlen der nämlichen Haupteinheit, wie z. B. in der Aufgabe: In wie viele Theile, jeder zu 6 Buch 8 Bogen, können 2 Ries 4 Buch 8 Bogen getheilt werden? oder es ist
2) nur der Dividend eine benannte Zahl, der Divisor aber ist unbenannt oder doch nur scheinbar benannt, wie im Beispiele: 4 Ballen 5 Ries 18 Buch Schreibpapier sollen unter 9 Handlungen gleichheitlich vertheilt werden, was trifft Jede?

Beispiel. Man rechne die erste Aufgabe.

Ausrechnung. Der Dividend ist 2 Ries 4 Buch 8 Bogen; der Divisor ist 6 Buch 8 Bogen.

Ihr kleinster Ausdruck ist Bogen; auf diesen gebracht gibt der Dividend 1064 Bogen, der Divisor 152 Bogen, und durch ihre Division erhält man den Quotienten 7.

Ausrechnung des Beispiels ad 2.

Regel 1. Man bringe den mehrfach benannten Dividenden auf seinen niedersten Ausdruck;
2. dividire ihn dann in gewöhnlicher Art und führe
3. den Quotienten wieder auf den höheren Ausdruck zurück.

z. B. 4 × 10 = 40 Ries + 5 Ries = 45 Ries; 45 × 20 = 900 Buch + 18 Buch = 918 Buch. Der Dividend ist 918 Buch : 9 = 102 Buch; der Quotient 102 Buch auf höheren Ausdruck zurückgeführt = 5 Ries 2 Buch.

Vierte Abtheilung.

Von den Decimalbrüchen und den vier Rechnungsarten mit denselben.

§ 29. Vom Decimalsystem.

Aus den Elementen der Arithmetik ist bekannt, daß die Ziffern einer Zahl, z. B. 465783, je nach ihrer Stellung einen verschiedenen Werth haben. So bedeutet der 3er 3 Ganze oder 3 Einer, der 8er 8 Zehner, der 7er 7 Hunderter, der 5er 5 Tausender, der 6er 6 Zehntausender, der 4er 4 Hunderttausender und die ganze Zahl bedeutet Vierhundert fünf und sechzig Tausend siebenhundert drei und achtzig Einer. Von der Rechten zur Linken gezählt, hat jede Zifferstelle einen 10mal höheren Werth als die nächst vorhergehende; denn die Zehner an der zweiten Stelle sind 10mal größer als die Einer, die Hunderter an der dritten sind 10mal größer als die Zehner und 100mal größer als die Einer; die Tausender an der vierten Stelle sind 10mal größer als die Hunderter, 100mal größer als die Zehner und 1000mal größer als die Einer u. s. w.

Die Zahl 111 (Einhundert und elf) zeigt dies noch deutlicher. Hier ist (von links nach rechts gerechnet) die erste 1 (ein Hunderter) 10mal größer als die zweite (ein Zehner) und diese wieder 10mal größer als die dritte (ein Einer). Umgekehrt ist von rechts nach links die erste Ziffer 10mal kleiner als die zweite, diese 10mal kleiner als die dritte, u. s. w. Bei allen ganzen Zahlen hat also jede Zifferstelle nach links einen 10mal größeren Werth als die

zunächst vorhergehende; und umgekehrt, jede Zifferstelle nach rechts einen 10mal kleineren Werth als die zunächst vorhergehende.

Setzt man diese Betrachtungsweise nach rechts fort und hängt man bei einer Zahl rechts an die Einer noch weitere Ziffern an, so muß nach demselben Grundsatze nothwendigerweise jede rechts angehängte Ziffer immer einen 10mal kleineren Stellenwerth haben als die unmittelbar vorhergehende. Hat man z. B. die Zahl 111 (einhundert elf) und hängt man an diese Zahl, nachdem man zur Unterscheidung der Ganzen am Ende der Einer ein Zeichen, z. B. ein Komma gesetzt hat, noch eine 1 an, so wird 111,1 entstehen und die rechts angehängte 1 einen 10mal kleineren Werth haben müssen, als die vorhergehende Ziffer. Da diese die ganzen Einer bedeutet, so muß die rechts des Komma's angesetzte 1 nothwendigerweise $^1/_{10}$ (ein Zehntel) bedeuten. Die ganze Zahl bedeutet also 111 $^1/_{10}$ oder 111 Ganze und $^1/_{10}$. Eine weiters rechts angehängte Ziffer 1 gibt 111,11. Die zu äußerst rechts angehängte 1 ist wieder 10mal kleiner als die vorhergehende; da diese $^1/_{10}$ bedeutet, so muß die zweite 1 zur Rechten $^1/_{10}$ von $^1/_{10}$ oder $^1/_{100}$ (ein Hundertel) bedeuten. Die ganze Zahl 111,11 bedeutet also 111 Ganze $^1/_{10}$ und $^1/_{100}$, oder da $^1/_{10}$ gleich $^{10}/_{100}$ ist, zusammen 111 Ganze $^{11}/_{100}$. Die dritte rechts angehängte Ziffer 1 in 111,111 bedeutet aus gleichem Grunde $^1/_{1000}$ (ein Tausendel) und 111,111 bedeutet 111 Ganze $^1/_{10}$, $^1/_{100}$ und $^1/_{1000}$ oder, da $^1/_{10}$ gleich $^{100}/_{1000}$ und $^1/_{100}$ gleich $^{10}/_{1000}$, wenn man die 3 Brüche zusammen addirt, 111 Ganze $^{111}/_{1000}$. Die vierte rechts nach dem Komma angehängte Eins in 111,1111 bedeutet $^1/_{10000}$ (ein Zehntausendel) und die ganze Zahl 111 Ganze $^{1111}/_{10000}$ u. s. w.

Der Stellenwerth der einzelnen Ziffern beim Decimalsystem geht am besten aus folgendem Schema hervor:

	1 Billion	100 Taus. Mill.	10 Taus. Mill.	Tausend Million	100 Million	10 Million	Million	100 Tausend	10 Tausend	Tausend	Hundert	Zehn	Einheit	Zehntel	Hundertstel	Tausendstel	10 Tausendstel	100 Tausendstel	Millionstel	10 Millionstel	100 Millionstel	Taus. Millionstel	10 Taus. Millstl.	100 Taus. Millstl.	Billionstel	
Ganze	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,	0												1 Billion (12 Nullen)
		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,	0												
			1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,	0												
				1	0	0	0	0	0	0	0	0	0,	0												1000 Mill. (9 Nullen)
					1	0	0	0	0	0	0	0	0,	0												
						1	0	0	0	0	0	0	0,	0												
							1	0	0	0	0	0	0,	0												1 Million (6 Nullen)
								1	0	0	0	0	0,	0												
									1	0	0	0	0	0												
										1	0	0	0,	0												1 Tausend (3 Nullen)
											1	0	0,	0												
												1	0.	0												
													1,	0												Eins
Decimalbrüche													0,	1												
													0,	0	1											
1 Tausendstel (3te Stelle)													0,	0	0	1										
													0,	0	0	0	1									
													0,	0	0	0	0	1								
1 Millionstel (6te Stelle)													0,	0	0	0	0	0	1							
													0,	0	0	0	0	0	0	1						
													0,	0	0	0	0	0	0	0	1					
1 Taus. Millstl. (9te Stelle)													0,	0	0	0	0	0	0	0	0	1				
													0,	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1			
													0,	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1		
1 Billionstel (12te Stelle)													0,	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	

Was von der Ziffer 1 gilt, gilt auch von allen Vielfachen derselben bis 9. So wird 624,7835 bedeuten: 624 Ganze 7 Zehntel 8 Hundertel 3 Tausendel 5 Zehn=

tausendel. Sind keine Ganzen vorhanden, so setzt man eine Null vor das Komma, z. B. 0,7835 bedeutet: Null Ganze 7 Zehntel 8 Hundertel 3 Tausendel 5 Zehntausendel.

§ 30. Decimalzahlen, Decimalbrüche.

Ein solcher Bruchtheil eines Ganzen, wie 0,7835, heißt nun ein Decimalbruch, und zwar ein ächter Decimalbruch, weil keine Ganzen dabei sind. Enthält der Decimalbruch Ganze, wie 624,7835, so heißt man diesen einen unächten Decimalbruch oder kurzweg eine Decimalzahl. Die Ziffern rechts des Komma's heißen Decimalstellen oder kurzweg Decimalen. Das Komma oder der Decimalstrich trennt die Ganzen von den Decimalstellen.

Ein Decimalbruch ist also ein Bruch, dessen Zähler eine beliebige Zahl, und dessen Nenner 10, 100, 1000, 10000 u. s. w. ist.

Z. B. $0{,}5 = {}^{5}/_{10}$; $0{,}57 = {}^{57}/_{100}$; $0{,}598 = {}^{598}/_{1000}$; $4{,}6 = 4\,{}^{6}/_{10}$ oder ${}^{460}/_{100}$; $14{,}07 = 14\,{}^{7}/_{100}$ oder ${}^{1407}/_{100}$; $250{,}3 = 250\,{}^{3}/_{10}$ oder ${}^{2503}/_{10}$; $1{,}783 = 1\,{}^{738}/_{1000}$ oder ${}^{1783}/_{1000}$ u. s. w.*)

---

*) Brüche hingegen, welche keine Zahl als Nenner ausschließen, heißen gemeine Brüche.

Kurze Erklärung des gemeinen Bruches.

1) Wenn eine Einheit, in gleiche Theile getheilt wird (sei es wirklich oder nur in Gedanken), so nennt man jeden dieser Theile einen Bruch.

Ein Bruch ist daher ein bestimmter Theil (oder mehrere gleiche Theile) einer ganzen Einheit.

Jeden der gleichen Theile benennt man nach der Anzahl aller Theile, in welche die Einheit getheilt wurde, in der Art, daß man dem Theiler die Silbe „tel“ oder „stel“ (anstatt Theil) anhängt. Wird zum Beispiel ein Centimeter in 4 gleiche Theile getheilt, so nennt man jeden dieser 4 gleichen Theile, oder auch mehrere derselben zusammengenommen, einen Bruch, u. zw. 1 Viertel, 2 Viertel ꝛc.

2) Angeschrieben, d. i. mit Ziffern bezeichnet, wird aber jeder gemeine Bruch in der Art, daß man den Theiler unter einen Divisionsstrich und über diesen die Anzahl der Theile schreibt: demnach wird ein Viertel bezeichnet mit ${}^{1}/_{4}$, fünf Siebentel ${}^{5}/_{7}$; und letzter Bruch bedeutet, daß die Einheit in 7 gleiche Theile getheilt ist, und 5 von diesen Theilen vorhanden sind.

(Das Zeichen = heißt „Gleichheitszeichen" und bedeutet: „ist gleich.")

Der mit den Decimalzahlen noch nicht Vertraute wird sich eine klare Vorstellung von dem Wesen der Decimalzahlen machen, und alle folgenden Regeln leichter fassen, wenn er sich beständig den Metermaßstab vorstellt, und an diesem die Regeln und Beispiele prüft.

13,425 heißt am Meter: 13 Meter 4 Zehntels-2 Hundertels- 5 Tausendtels-Meter, oder: 13 Meter 4 Decimeter 2 Centimeter 5 Millimeter, oder: 13 Meter 42 Centimeter 5 Millimeter oder endlich: 13 Meter 425 Millimeter.

0,57 heißt am Meter: 0 Meter 5 Decimeter 7 Centimeter, oder: 0 Meter 57 Centimeter.

1,02 heißt im Metermaß: 1 Meter 2 Centimeter, oder: 102 Centimeter.*)

---

3) Von den beiden Zahlen, welche einen Bruch (3/4) bestimmen, heißt die unterm Divisionsstriche stehende (4) der Nenner und die oberhalb stehende (3) der Zähler. Der Nenner (4) gibt also an, in wie viel gleiche Theile die Einheit getheilt ist; der Zähler (3) aber sagt, wie viele von diesen Theilen der Bruch (3/4) hat.

Ferner wenn der Zähler eines Bruches kleiner als sein Nenner ist, so nennt man den Bruch „ächt"; ist aber der Zähler größer als der Nenner, so heißt der Bruch „unächt". —

„Gemischte Zahlen" nennt man jene, die aus einer ganzen Zahl nebst einem angehängten Bruche bestehen, wie z. B. 1 1/4 Jahr, 12 7/24 Buch rc. —

Grundsätze zu den Rechnungen mit gemeinen Brüchen (§ 41) hier weiter zu verfolgen, dürfte in Folge Einführung des neuen Münz-, Maß- und Gewichts-Systems nicht unbedingt nothwendig erscheinen.

*) Es ist zur Erklärung der Decimalbrüche sehr erleichternd, stets einen in Centimeter getheilten Metermaßstab zur Hand zu haben. Die Addition und Subtraktion, die Multiplikation und Division der Bruchtheile des Meters lassen sich daran mit gutem Erfolg klar machen. Z. B. man versinnliche sich am Meter 0,85 + 0,15 = ? 0,74 — 0,14 = ? die Vielfachen von 0,05 — 0,10 — 0,15 — 0,20 u. s. w., die Theilung des Meters in 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 20 Theile = 0,50 — 0,333 — 0,25 — 0,20 — 0,166 — 0,125 — 0,10 — 0,05 Meter u. s. w.

§ 31. Decimalbrüche zu lesen und zu schreiben.

Aus dem Vorhergehenden ergibt sich die Art und Weise, wie Decimalbrüche gelesen und angeschrieben werden.

18,265 bedeutet 18 Ganze 2 Zehntel 6 Hundertel 5 Tausendtel, oder: 18 Ganze 26 Hundertel 5 Tausendtel, oder endlich: 18 Ganze 265 Tausendtel.

Soll 18,265 gelesen werden, so spricht man: Achtzehn Ganze, zwei, sechs, fünf; oder: Achtzehn Ganze zweihundert fünfundsechzig. Häufiger liest man Achtzehn, Komma, zwei, sechs, fünf; oder endlich: Achtzehn, Komma, zweihundert fünf und sechzig.

0,789 heißt: keine Ganze 7 Zehntel 8 Hundertel 9 Tausendtel, oder: 78 Hundertel 9 Tausendtel, oder: 789 Tausendtel.

0,789 wird gelesen: Null Ganze, siebenhundert neun und achtzig, oder: Null, Komma, siebenhundert neun und achtzig.

0,0304 heißt: keine Ganze 3 Hundertel 4 Zehntausendtel, oder: 304 Zehntausendtel.

0,0304 wird gelesen: Null Ganze, Null dreihundert vier, oder Null, Komma, Null drei Null vier.

1,0005 wird gelesen: Eins, Komma, Null Null Null füuf.

Uebung.

1	1	1	1	,	1	1	1	1	1	1
Tausender.	Hunderter.	Zehner.	Einer.		Zehntel.	Hundertel.	Tausendtel.	Zehntaus.	Hunderttaus.	Milliontel.

2,3 $=$ 2 E. $+ \ ^3/_{10}$

0,5 $=$ 0 E. $+ \ ^5/_{10}$

4,08 $=$ 4 E. $+ \ ^0/_{10} + \ ^8/_{100}$

3,45 $=$ 3 E. $+ \ ^4/_{10} + \ ^5/_{100}$

$=$ 3 E. $+ \ ^{45}/_{100}$

0,004 $=$ 0 E. $+ \ ^0/_{10} + \ ^0/_{100} + \ ^4/_{1000}$

6,027 $=$ 6 E. $+ \ ^0/_{10} + \ ^2/_{100} + \ ^7/_{1000}$

$=$ 6 E. $+ \ ^{27}/_{1000}$

49,238 $=$ 4 Z. $+$ 9 E. $+ \ ^2/_{10} + \ ^3/_{100} + \ ^8/_{1000}$

$=$ 49 E. $+ \ ^{238}/_{1000}$.

$5\frac{7}{10} = 5,7$	$36\frac{8}{100} = 36,08$	$\frac{4}{1000} = 0,004$
$\frac{3}{10} = 0,3$	$9\frac{28}{100} = 9,28$	$7\frac{49}{1000} = 7,049$
$8 = 8,0$	$\frac{75}{100} = 0,75$	$\frac{876}{1000} = 0,876$

$$\frac{9}{10000} = 0,0009$$
$$\frac{47}{10000} = 0,0047$$
$$\frac{7485}{10000} = 0,7485$$

Schreibe eben so:

1) $8\frac{5}{10}$ 4) $3\frac{7}{100}$ 7) $4\frac{8}{1000}$ 10) $7\frac{8}{10000}$
2) $\frac{9}{10}$ 5) $5\frac{72}{100}$ 8) $6\frac{23}{1000}$ 11) $3\frac{27}{10000}$
3) $57\frac{4}{10}$ 6) $\frac{95}{100}$ 9) $8\frac{345}{1000}$ 12) $8\frac{5431}{10000}$
13) $\frac{9}{100000}$ 14) $\frac{43}{100000}$ 15) $\frac{567}{100000}$

§ 32. Bedeutung des Komma's.

Da der Werth eines Decimalbruchs nur von den Ziffern und der Stellung des Komma's abhängt, so können an einen Decimalbruch vorn oder hinten Nullen angehängt werden, ohne daß der Werth des Bruches dadurch geändert wird, z. B.: 0,3 = 0,30 = 0,300 = 00,300, d. h. 3 Zehntel sind gleich 30 Hundertel und gleich 300 Tausendtel;

1,75 = 1,750 = 1,7500
= 01,75 = 001,750 u. s. w.

Sollen daher Decimalbrüche auf gleiche Benennung gebracht werden, so dürfen die fehlenden Stellen nur mit Nullen ausgefüllt werden.

Sollen z. B. die Dezimalbrüche 0,6, 18,04, 627,301 und 4 Ganze auf einerlei Benennung gebracht werden, so wid daraus: 0,600, 18,040, 627,301 4,000.

Am Meter heißt dies: 0,6 Meter sind gleich 6 Decimeter oder 60 Centimeter oder 600 Millimeter. 18,04 Meter sind gleich 180 Decimeter 4 Centimeter oder 1804 Centimeter oder 18040 Millimeter; 627,301 Meter sind 627 Meter 3 Decimeter 0 Centimeter 1 Millimeter, oder: 627 Meter 30 Centimeter 1 Millimeter, oder endlich: 627 Meter 301 Millimeter.

§. 33. Ganze Zahlen als Decimalzahlen.

Ganze Zahlen werden als Decimalzahlen geschrieben, indem man nach den Einern ein Komma setzt, und eine oder mehrere Nullen anhängt, z. B.:

285 = 285,0 = 285,00; 17 = 17,0 = 17,00.

§ 34. Multiplikation der Decimalbrüche mit 10, 100, 1000 2c.

Rückt man in einem Decimalbruche das Komma um eine Stelle zur Rechten, so werden alle Ziffern gleichsam um eine Stelle zur Linken geschoben; dadurch wird der Werth einer jeden Ziffer und folglich auch der Werth des ganzen Bruches 10mal größer. Wird z. B. in 4,763 das Komma um eine Stelle rechts gerückt, so entsteht 47,63. Aus den 4 Einern des ersten Bruches sind 4 Zehner geworden; aus den 7 Zehnteln des ersten Bruches sind 7 Ganze oder 7 Einer, aus den 6 Hunderteln sind 6 Zehntel, aus den 3 Tausendteln sind 3 Hundertel geworden. Es ist somit jede Ziffer und daher der ganze Dezimalbruch 10mal größer geworden. Wird das Komma in 4,763 um 2 Stellen rechts gerückt, so entsteht 476,3; hiedurch sind die ursprünglichen 4 Einer zu 4 Hundertern, die 7 Zehntel zu 7 Zehner, die 6 Hundertel zu 6 Einer oder 6 Ganze, die 3 Tausendtel zu 3 Zehntel und somit alle Ziffer 100mal größer geworden. Daher die Regel:

Eine Decimalzahl wird mit 10, 100, 1000 multiplizirt, wenn man das Komma um 1, 2, 3 Stellen 2c. zur Rechten rückt. Z. B.

$$11{,}8 \times 10 = 118{,}0$$
$$6{,}764 \times 10 = 67{,}64$$
$$0{,}007 \times 100 = 0{,}7$$
$$0{,}5412 \times 10 = 5{,}412$$
$$96{,}6428 \times 1000 = 96642{,}8$$

(Das Zeichen $\times$ bedeutet „mal" oder „multiplizirt mit".)

Am Metermaßstab heißt dies: 11 Meter 8 Decimeter 10mal genommen sind 118 Meter; 6 Meter 764 Millimeter 10 mal genommen sind 67 Meter 64 Centimeter; 7 Millimeter 100mal genommen sind 7 Decimeter u. s. w.

Sind rechts keine Ziffern mehr vorhanden, so hängt man Nullen an, z. B.

$$81{,}3 \times 10000 = 813000{,}0$$
$$5{,}0 \times 10 = 50{,}0$$
$$0{,}5 \times 10 = 5{,}0$$
$$0{,}05 \times 10 = 0{,}5$$
$$0{,}005 \times 10 = 0{,}05$$

0,0005	×	10	=	0,005
0,0213	×	1000	=	21,3
0,00213	×	1000	=	2,13
0,000213	×	1000	=	0,213
1,6	×	100	=	160,0
0,16	×	100	=	16,0
0,016	×	100	=	1,6
0,0016	×	100	=	0,16
0,00016	×	100	=	0,016
0,00074	×	10000	=	7,4
0,000074	×	10000	=	0,74
0,0000074	×	10000	=	0,074

§. 35. Division der Decimalbrüche mit 10, 100, 1000 ꝛc.

Eine ähnliche Betrachtung über die Verrückung des Komma's zur Linken führt zu der Regel:

Eine Decimalzahl wird mit 10, 100, 1000 ꝛc. dividirt, wenn man das Komma um 1, 2, 3 ꝛc. Stellen zur Linken rückt. Z. B.

254 : 10 = 25,4	1031,8 : 10 = 103,18
254 : 100 = 2,54	1031,8 : 100 = 10,318
254 : 1000 = 0,254	1031,8 : 1000 = 1,0318

Sind links keine Stellen mehr vorhanden, so werden Nullen vorgesetzt, z. B.

254 : 1000 = 0,254	8 : 100 = 0,08
1031,8 : 10000 = 0,10318	0,359 : 10 = 0,0359
8,0 : 10 = 0,8	0,904 : 100 = 0,00904

u. s. w.

Am Meter versinnlicht, bedeuten diese Rechnungen: von 254 Meter ist der 1000ste Theil gleich 254 Millimeter; der 10000ste Theil von 1031,8 Meter ist 1 Decimeter 0 Centimeter 3 Millimeter 18 Hundertelmillimeter; der 10te Theil von 8 Meter ist 8 Decimeter; der 100ste Theil von 8 Meter ist 8 Centimeter u. s. w. Beispiele:

5,0 : 10 = 0,5	160,0 : 100 = 1,6
0,5 : 10 = 0,05	16,0 : 100 = 0,16
0,05 : 10 = 0,005	1,6 : 100 = 0,016
0,005 : 10 = 0,0005	0,16 : 100 = 0,0016
0,0005 : 10 = 0,00005	0,016 : 100 = 0,00016

2130,0 : 1000	=	2,13	74000,0 : 10000	=	7,4
213,0 : 1000	=	0,213	7400,0 : 10000	=	0,74
21,3 : 1000	=	0,0213	740,0 : 10000	=	0,074
2,13 : 1000	=	0,00213	74,0 : 10000	=	0,0074
0,213 : 1000	=	0,000213	7,4 : 10000	=	0,00074

§ 36. Addition und Subtraktion der Decimalbrüche.

Decimalbrüche werden addirt und subtrahirt wie ganze Zahlen, wobei jedoch die Komma unter einander gesetzt werden müssen. Am Resultat wird das Komma an dieselbe Stelle gesetzt. Hiebei können die etwa fehlenden Zifferstellen mit Nullen ausgefüllt werden.

1. Beispiel. Es sollen die folgenden Decimalzahlen addirt werden: 0,8 + 1,49 + 264 + 7,085

(+ bedeutet „plus“ oder „hiezu addirt“.)

Rechnungsansatz:			
0,8	oder	0,800	Summand
1,49	„	1,490	„
264	„	264,000	„
7,085	„	7,085	„
Summa	=	273,375	

2. Beispiel. Soll 18,0914 von 204,37 abgezogen werden, so wird dies durch 204,37 — 18,0914 ausgedrückt. (— bedeutet „minus“ oder „weniger“) und gibt folgenden Rechnungsansatz:

204,37	oder	204,3700	Minuend
18,0914	„	18,0914	Subtrahend
Differenz oder Rest	=	186,2786	

3. Beispiel. 18 — 0,604; oder 0,604 soll von 18 abgezogen werden, gibt:

18	oder	18,000	Minuend
0,604	„	0,604	Subtrahend
Differenz oder Rest	=	17,396	

§ 37. Decimalbrüche zu addiren.

4,26	12,046	417,0064	45,0498
13,15	128,971	3,0015	1,999
0,47	16,804	0,0009	0,0046
17,88	157,821	420,0088	47,0534

0,0009	1,2345	6314	0,0961
0,0092	12,345	631,4	0,9098
0,091	123,45	63,14	0,0909
0,91	1234,5	6,314	0,6982
1,0111	1371,5295	7014,854	1,7950

7,15 — 0,05 + 18,0031 — 16,9 = 8,2031.

Hier muß erst 7,15 + 18,0031 berechnet werden; dies gibt addirt 25,1531; alsdann muß 0,05 und 16,9 addirt werden, was 16,95 gibt; endlich muß 16,95 von 25,1531 abgezogen werden, was als Rest 8,2031 ergibt.

Man kann aber auch 0,05 von 7,15 und 16,9 von 18,0031 abziehen, sodann die herauskommenden Reste 7,10 und 1,1031 addiren, was gleichfalls 8,2031 gibt. Ebenso bei den 3 folgenden Beispielen.

6,4071 — 48,4601 + 423,013 — 744 + 0,180 — 363,7 = 10,0.

24,1073 + 3,2516 — 4,001 + 0,0401 — 11,0001 + 6,5 — 10,9989 + 13,001 — 0,9 = 20,0.

148,01 — 300,9 + 209,99 — 57 = 0,1.

Uebung.

1)	2)	3)	4)
3,84	0,7	28,978	0,027534
68,075	4,18	0,28	1,39828
0,4	0,005	5,375	48,6543
24,6987	5,679	18,7584	72,97852

5) 234,96 + 0,6758 + 50,004 + 6,20875 + 1,001 = ?

6) 0,84625 + 0,3849 + 0,097 + 0,7654 + 0,86276 = ?

7) 3,04758 + 54,793205 + 0,479 + 27,8756 + 375,975643 = ?

8) 0,445 + 34,75 + 375,97386 + 0,374859 + 48,569832 + 0,81 = ?

9) 12,654 + 234,7935 + 8,648275 + 0,63 + 42,76543 + 0,96 = ?

10) 0,237 + 45,78 + 6,9875 + 18,37584 + 372,038419 = ?

11) 4,745 + 36,58 + 725,8946 + 9,87 + 75,357 + 0,8674 = ?

12) 59,3 + 83 + 9,64 + 48,567 + 6,987 + 8,795 + 963,8624 = ?

Auf die Längenmaße angewendet.

a. 1 Meter = 10 Decim.; also ist

1) $1^{dm} = \frac{1}{10}^{m} = 0{,}1^{m}$
$2^{dm} = \frac{2}{10}^{m} = 0{,}2^{m}$
$3^{dm} = \frac{3}{10}^{m} = 0{,}3^{m}$
$5^{dm} = \frac{5}{10}^{m} = 0{,}5^{m}$
$8^{dm} = \frac{8}{10}^{m} = 0{,}8^{m}$
$4^{m}\ 7^{dm} = 4 + \frac{7}{10}^{m} = 4{,}7^{m}$
$9^{m} = 9 + \frac{0}{10}^{m} = 9{,}0^{m}$

Summe =

b. 1 Meter = 100 Centim.; also ist

2) $1^{cm} = \ldots\ldots \frac{1}{100}^{m} = 0{,}01^{m}$
$2^{cm} = \ldots\ldots \frac{2}{100}^{m} = 0{,}02^{m}$
$3^{cm} = \ldots\ldots \frac{3}{100}^{m} = 0{,}03^{m}$
$6^{dm}\ 5^{cm} = \frac{6}{10} + \frac{5}{100}^{m} = 0{,}65^{m}$
$7^{dm}\ 4^{cm} = \frac{7}{10} + \frac{4}{100}^{m} = 0{,}74^{m}$
$9^{m}\ 8^{dm}\ 7^{cm} = 9 + \frac{8}{10} + \frac{7}{100}^{m} = 9{,}87^{m}$
$5^{m}\ 0^{dm}\ 6^{cm} = 5 + \frac{0}{10} + \frac{6}{100}^{m} = 5{,}06^{m}$

Summe =

c. 1 Meter = 1000 Millimeter; also ist

3) $1^{mm} = \ldots\ldots\ldots \frac{1}{1000}^{m} = 0{,}001^{m}$
$2^{mm} = \ldots\ldots\ldots \frac{2}{1000}^{m} = 0{,}002^{m}$
$3^{mm} = \ldots\ldots\ldots \frac{3}{1000}^{m} = 0{,}003^{m}$
$1^{cm}\ 5^{mm} = \ldots \frac{1}{100} + \frac{5}{1000}^{m} = 0{,}015^{m}$
$7^{cm}\ 9^{mm} = \ldots \frac{7}{100} + \frac{9}{1000}^{m} = 0{,}079^{m}$
$5^{dm}\ 8^{cm}\ 4^{mm} = \frac{5}{10} + \frac{8}{100} + \frac{4}{1000}^{m} = 0{,}584^{m}$
$6^{dm}\ 0^{cm}\ 7^{mm} = \frac{6}{10} + \frac{0}{100} + \frac{7}{1000}^{m} = 0{,}607^{m}$
$2^{m}\ 3^{dm}\ 4^{cm}\ 5^{mm} = 2 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000}^{m} = 2{,}345^{m}$
$9^{m}\ 0^{dm}\ 0^{cm}\ 8^{mm} = 9 + \frac{0}{10} + \frac{0}{100} + \frac{8}{1000}^{m} = 9{,}008^{m}$

4) $8^{m}\ 4^{dm} = 8{,}4^{m}$
$24^{m}\ 3^{dm}\ 5^{cm} = 24{,}35^{m}$
$9^{m}\ 0^{dm}\ 8^{cm} = 9{,}08^{m}$
$365^{m}\ 8^{dm} = 365{,}8^{m}$
$7^{m}\ 6^{dm}\ 9^{cm} = 7{,}69^{m}$

5) $3^{m}\ 7^{dm} = 3{,}7^{m}$
$6^{m}\ 0^{dm}\ 4^{cm} = 6{,}04^{m}$
$7^{m}\ 0^{dm}\ 0^{cm}\ 8^{mm} = 7{,}008^{m}$
$0^{m}\ 4^{dm}\ 9^{cm} = 0{,}49^{m}$
$0^{m}\ 0^{dm}\ 5^{cm}\ 3^{mm} = 0{,}053^{m}$

d. Decimeter, Centimeter und Millimeter vereinigt.

$(1^{dm}\ 2^{cm} = 12^{cm})$

6) $12^{cm} = \ ^{12}/_{100} = 0{,}12^{m}$
$37^{cm} = \ ^{37}/_{100} = 0{,}37^{m}$
$4^{m}\ 58^{cm} = 4 + \ ^{58}/_{100} = 4{,}58^{m}$
$8^{m}\ 90^{cm} = 8 + \ ^{90}/_{100} = 8{,}90^{m}$
$7^{m}\ 6^{cm} = 7 + \ ^{6}/_{100} = 7{,}06^{m}$

$(1^{dm}\ 2^{cm}\ 3^{mm} = 123^{mm})$

7) $123^{mm} = 0{,}123^{m}$
$45^{mm} = 0{,}045^{m}$
$3^{m}\ 476^{mm} = 3{,}476^{m}$
$18^{m}\ 16^{cm}\ 4^{mm} = 18{,}604^{m}$
$7^{m}\ 98^{cm} = 7{,}98^{m}$

Bringe eben so in Decimalbruchform und addire dann:

8)	9)	10)
$4^{m}\ 5^{dm}\ 6^{cm}$	$5^{m}\ 7^{dm}\ 5^{cm}\ 8^{mm}$	$8^{m}\ 36^{cm}$
$20^{m}\ 4^{dm}$	$3^{m}\ 9^{dm}\ 4^{cm}$	$1^{m}\ 75^{cm}\ 8^{mm}$
$9^{m}\ 0^{dm}\ 5^{cm}$	$6^{m}\ 0^{dm}\ 7^{cm}\ 9^{mm}$	$13^{m}\ 4^{cm}$
$7^{m}\ 3^{dm}\ 8^{cm}$	$0^{m}\ 8^{dm}\ 0^{cm}\ 7^{mm}$	$0^{m}\ 87^{cm}\ 6^{mm}$
$35^{m}\ 7^{dm}$	$2^{m}\ 7^{dm}$	$18^{m}\ 50^{cm}$

11) $753^{m} + 36^{m}\ 7^{dm} + 145^{m}\ 8^{dm}\ 5^{cm} + 9^{m}\ 6^{dm} + 48^{m}\ 9^{dm}\ 7^{cm} =$

12) $24^{m}\ 8^{dm}\ 7^{cm}\ 4^{mm} + 9^{m}\ 6^{dm}\ 8^{cm} + 17^{m}\ 4^{dm}\ 5^{mm} + 325^{m}\ 9^{dm} + 72^{m}\ 7^{dm}\ 6^{cm} + 9^{dm}\ 8^{cm}\ 7^{mm} + 6^{m}\ 5^{cm}\ 8^{mm} =$

13) $15^{m}\ 48^{cm} + 8^{m}\ 64^{cm} + 37^{m}\ 7^{cm} + 40^{m}\ 90^{cm} + 7^{m}\ 88^{cm} =$

14) $37^{cm} + 3^{m}\ 86^{cm}\ 6^{mm} + 9^{cm}\ 7^{mm} + 5^{m}\ 78^{cm} + 96^{cm}\ 5^{mm} =$

15) $8^{m}\ 2^{dm} + 5^{m}\ 38^{cm} + 7^{m}\ 9^{cm}\ 5^{mm} + 4^{m}\ 86^{cm} + 7^{m}\ 6^{dm} =$

Lesen: $4{,}357^{m} = 4 + \ ^{3}/_{10} + \ ^{5}/_{100} + \ ^{7}/_{1000}{}^{m} = 4^{m}\ 3^{dm}\ 5^{cm}\ 7^{mm}$
$= 4 + \ ^{35}/_{100} + \ ^{7}/_{1000}{}^{m} = 4^{m}\ 35^{cm}\ 7^{mm}$
$= 4 + \ ^{357}/_{1000}$ Meter $= 4^{m}\ 357^{mm}$

Ebenso: $8{,}45^{m}$; $0{,}345^{m}$; $25{,}489^{m}$; $1{,}023^{m}$; $0{,}604^{m}$; $7{,}986^{m}$

Auf die Münzen und auf die Hohlmaße angewendet.

1 ℳ = 100 ₰; also ist

1)		1 ₰	=	1/100 ℳ	=	0,01	
		2 „	=	2/100 „	=	0,02	
		3 „	=	3/100 „	=	0,03	
		7 „	=	7/100 „	=	0,07	
		16 „	=	16/100 „	=	0,16	
		50 „	=	50/100 „	=	0,50	
		75 „	=	75/100 „	=	0,75	
	1 ℳ	64 „	=	$1\frac{64}{100}$ „	=	1,64	
	5 „	8 „	=	$5\frac{8}{100}$ „	=	5,08	

1 HL = 100 L; also ist

2)		1 L	=	1/100 HL	=	0,01	HL
		2 „	=	2/100 „	=	0,02	„
		3 „	=	3/100 „	=	0,03	„
		6 „	=	6/100 „	=	0,06	„
		24 „	=	24/100 „	=	0,24	„
		80 „	=	80/100 „	=	0,80	„
		96 „	=	96/100 „	=	0,96	„
	2 HL	57 „	=	$2\frac{57}{100}$ „	=	2,57	„
	8 „	9 „	=	$8\frac{9}{100}$ „	=	8,09	„

Auf die Gewichte angewendet.

a. 1 Ctr. = 100 ℔; also ist

1)		1 ℔	=	1/100 Ctr.	=	0,01	Ctr.
		3 „	=	3/100 „	=	0,03	„
		8 „	=	8/100 „	=	0,08	„
		17 „	=	17/100 „	=	0,17	„
	2 Ctr.	45 „	=	$2\frac{45}{100}$ „	=	2,45	„
	7 „	4 „	=	$7\frac{4}{100}$ „	=	7,04	„

b. 1 Kgr = 100 Dgr; also ist

2)	1 Dgr	=	1/100 Kgr	=	0,01	Kgr
	4 „	=	4/100 „	=	0,04	„
	9 „	=	9/100 „	=	0,09	„
	25 „	=	25/100 „	=	0,25	„
	56 „	=	56/100 „	=	0,56	„
	7 „	=	7/100 „	=	0,07	„

c. 1 Kgr = 1000 gr; also ist

3)

		1 gr	=	. . . . $^{1}/_{1000}$	= 0,001 Kgr
		2 „	=	. . . . $^{2}/_{1000}$	= 0,002 „
		4 „	=	. . . . $^{4}/_{1000}$	= 0,004 „
	1 Dgr	1 „	=	. $^{1}/_{100}$ + $^{1}/_{1000}$	= 0,011 „
	5 „	3 „	=	. $^{5}/_{100}$ + $^{3}/_{1000}$	= 0,053 „
	18 „	5 „	=	. $^{18}/_{100}$ + $^{5}/_{1000}$	= 0,185 „
	54 „	6 „	=	. $^{54}/_{100}$ + $^{6}/_{1000}$	= 0,546 „
1 Kgr	72 „	8 „	=	1 + $^{72}/_{100}$ + $^{8}/_{1000}$	= 1,728 „
5 „	6 „	9 „	=	5 + $^{6}/_{100}$ + $^{9}/_{1000}$	= 5,069 „
4 „	— „	5 „	=	4 + $^{5}/_{1000}$	= 4,005 „

d. Dgr und gr vereinigt.

(1 Dgr 2 gr = 12 gr; 12 Dgr 3 gr = 123 gr.)

4)

12 gr	=	$^{12}/_{1000}$ Kgr	= 0,012 Kgr
123 „	=	$^{123}/_{1000}$ „	= 0,123 „
765 „	=	$^{765}/_{1000}$ „	= 0,765 „

5)

8 Kgr	346 gr	=	8,346 Kgr
36 „	75 „	=	36,075 „
9 „	868 „	=	9,868 „

6) 8 Ctr. 24 ℔ + 12 Ctr. 8 ℔ + 36 Ctr. 75 ℔ + 96 ℔ + 15 Ctr. 40 ℔ + 3 Ctr. 58 ℔ + 25 Ctr. 87 ℔ und 4 Ctr. 63 ℔

7) 2 Kgr 27 Dgr 5 gr + 82 Dgr 6 gr + 4 Kgr 7 Dgr + 8 Dgr 8 gr + 5 Kgr 64 Dgr 4 gr + 13 Kgr 79 Dgr 9 gr.

8) 9 Kgr 38 Dgr 7 gr + 97 Dgr 8 gr + 4 Kgr 7 Dgr + 78 Dgr 3 gr + 3 Kgr 48 Dgr 5 gr + 89 Kgr 7 gr.

9) 45 Kgr 57 Dgr + 29 Kgr 12 Dgr 4 gr + 78 Kgr 69 Dgr + 44 Kgr 38 Dgr 8 gr + 96 Dgr 9 gr + 2 Kgr 5 gr.

10) 158 Kgr 27 Dgr + 76 Kgr 47 Dgr 8 gr + 567 Kgr 52 Dgr + 94 Kgr 6 Dgr 5 gr + 890 Kgr 86 Dgr 8 gr + 9 Dgr 7 gr.

11) 7 Kgr 365 gr + 24 Kgr 50 gr + 8 Kgr 709 gr + 896 gr + 3 Kgr 88 gr + 36 Kgr 469 gr + 4 Kgr 987 gr.

Lesen: 5,372 Kgr = 5 + $^{37}/_{100}$ + $^{2}/_{1000}$ Kgr = 5 Kgr 37 Dgr 2 gr
= 5 + $^{372}/_{1000}$ Kgr = 5 Kgr 372 gr.

Ebenso: 8,764 Kgr; 4,983 Kgr; 0,806 Kgr; 5,075 Kgr; 6,869 Kgr.

Auf die Feldmaße angewendet.

a. 1 H^{ar} = 100 ar; also ist

1)	1 ar	=	$\frac{1}{100}$ H^{ar}	=	0,01	H^{ar}
	5 „	=	$\frac{5}{100}$ „	=	0,05	„
	12 „	=	$\frac{12}{100}$ „	=	0,12	„
	57 „	=	$\frac{57}{100}$ „	=	0,57	„
	70 „	=	$\frac{70}{100}$ „	=	0,70	„
	4 H^{ar} 86 „	=	$4\frac{86}{100}$ „	=	4,86	„
	9 „ 8 „	=	$9\frac{8}{100}$ „	=	9,08	„

b. 1 ar = 100 $\square^m$; also ist

2)	1 $\square^m$	=	$\frac{1}{100}$ ar	=	0,01	ar
	7 „	=	$\frac{7}{100}$ „	=	0,07	„
	15 „	=	$\frac{15}{100}$ „	=	0,15	„
	64 „	=	$\frac{64}{100}$ „	=	0,64	„
	93 „	=	$\frac{93}{100}$ „	=	0,93	„
	3 ar 57 „	=	$3\frac{57}{100}$ „	=	3,57	„
	8 „ 9 „	=	$8\frac{9}{100}$ „	=	8,09	„

c. 1 H^{ar} = 100 × 100 $\square^m$ = 10000 $\square^m$; also ist

3)	1 $\square^m$	=	. . . $\frac{1}{10000}$ H^{ar}	=	0,0001	H^{ar}
	4 „	=	. . . $\frac{4}{10000}$ „	=	0,0004	„
	13 „	=	. . . $\frac{13}{10000}$ „	=	0,0013	„
	47 „	=	. . . $\frac{47}{10000}$ „	=	0,0047	„
	62 ar 35 „	=	$\frac{62}{100}+\frac{58}{10000}$ „	=	0,6258	„
	75 „ 69 „	=	$\frac{75}{100}+\frac{69}{10000}$ „	=	0,7569	„
	1 H^{ar} 36 „ 35 „	=	$1+\frac{36}{100}+\frac{35}{10000}$ „	=	1,3635	„
	8 „ 7 „ 6 „	=	$8+\frac{7}{100}+\frac{6}{10000}$ „	=	8,0706	„
	5 „ — „ 54 „	=	$5+\frac{54}{10000}$ „	=	5,0054	„

4) 7 H^{ar} 35 ar + 13 H^{ar} 78 ar + 95 ar + 2 H^{ar} 8 ar + 25 H^{ar} 64 ar.

5) 45 ar 28 $\square^m$ + 19 ar 48 $\square^m$ + 8 ar 7 $\square^m$ + 39 ar 86 $\square^m$ + 5 ar 3 $\square^m$.

6) 3 H^{ar} 58 ar 72 $\square^m$ + 67 ar 96 $\square^m$ + 12 H^{ar} 43 ar 8 $\square^m$ + 89 ar.

7) 57 H^{ar} 75 ar + 29 H^{ar} 43 ar 37 $\square^m$ + 98 ar 54 $\square^m$ + 18 H^{ar} 5 $\square^m$.

8) 273 ar 88 $\square^m$ + 498 ar 37 $\square^m$ + 82 ar 69 $\square^m$ + 543 ar 57 $\square^m$.

Lesen: 3,4567 Har = 3 + $^{45}/_{100}$ + $^{67}/_{10000}$ Har = 3 H^{ar} 45 ar 67□ ^{m}.

Ebenso: 0,7294 H^{ar}; 7,0503 H^{ar}; 4,0850 H^{ar}; 6,9025 H^{ar}.

§ 38. Decimalbrüche zu subtrahiren.

4,56	20,014	0,558	0,100
3,45	19,801	0,499	0,009
1,11	0,213	0,059	0,091
145,0	6,0	2,5	2,5
144,098	0,14705	2,4999	0,0001
0,902	5,85295	0,0001	2,4999
0,1	0,01	0,001	1,0
0,099	0,0099	0,00009	0,9991
0,001	0,0001	0,00091	0,0009

Als Probe dieser Subtraktionen addire man die herausgekommene Zahl (den Rest) zu der unmittelbar darüber stehenden (dem Subtrahenden), worauf als Summe die oberste Zahl (der Minuend) herauskommen muß.

Uebung.

1) 173,5879	2) 371,3524	3) 42,007
91,3462	175,4567	17,658
4) 10,1304	5) 68,21782	6) 54,34
5,3017	39,45	28,57214

7) 45,268—23,685
8) 219,8436—187,956
9) 681,38—94,5729
10) 2568,91—1925
11) 473,5—298,5726
12) 543—123,527
13) 23,789—9,495863
14) 321,5—187,49856
15) 2100,72301—1861,95
16) 1000—465,8726
17) 47,391 — 0,8765 + 103,57 — 13,19783
18) 1,23489 — 0,67598 + 3,475 — 0,09 + 2,84509
19) 0,57 — 0,23493 — 0,137 + 673,1 — 105,40807
20) 283,47 — 103 + 55239 — 0,08374 + 310,04473
21) 10,1 — 0,7582 + 463,89 — 87,845 + 614,6132
22) 6015,732 — 5869,4 — 103,4907 + 667,53 — 4,12906

Auf die Münzen, Maße und Gewichte angewendet.

1) 370 ℳ 4 ₰ = 370,04 ℳ.
\- 184 „ 46 „ = 184,36 „

2) 451 ℳ 23 ₰ — 89 ℳ 75 ₰
3) 204001 ℳ — 95723 ℳ 50 ₰
4) 122 ℳ 5 ₰ — 78 ℳ 44 ₰
5) 82 ℳ 10 ₰ — 26 ℳ 8 ₰

6) 108 HL = 108,00 HL
— 58 „ 72 L = 58,72 „

7) 124 HL 7 L — 96 HL 74 L
8) 8 HL 25 L — 5 HL 32 L
9) 1350 HL — 838 HL 24 L
10) 340 HL 70 L — 185 HL 93 L

11) $253^{m}\ 5^{dm}\ 4^{cm}\ 3^{mm} = 253{,}543^{m}$
— $98^{m}\ 8^{dm}\ 6^{cm}\ 5^{mm} = 98{,}865^{m}$

12) $361^{m}\ 3^{dm}$ — $175^{m}\ 5^{dm}$
13) $70^{m}\ 2^{dm}\ 4^{cm}$ — $12^{m}\ 6^{dm}\ 8^{cm}$
14) $125^{m}\ 32^{cm}$ — $83^{m}\ 84^{cm}$
15) $72^{m}\ 6^{cm}$ — $27^{m}\ 38^{cm}$
16) 4872^{m} — $1395^{m}\ 4^{dm}$
17) $83^{m}\ 4^{dm}$ - $55^{m}\ 8^{dm}\ 6^{cm}$
18) 9000^{m} — $4682^{m}\ 75^{cm}$
19) 88^{cm} — $49^{cm}\ 3^{mm}$
20) $613^{m}\ 4^{dm}\ 7^{cm}\ 6^{mm}$ — $257^{m}\ 8^{dm}\ 5^{cm}\ 2^{mm}$
21) $825^{m}\ 0^{dm}\ 2^{cm}\ 3^{mm}$ — $579^{m}\ 4^{dm}\ 0^{cm}\ 8^{mm}$
22) $400^{m}\ 1^{dm}\ 0^{cm}\ 5^{mm}$ — $312^{m}\ 5^{dm}\ 3^{cm}\ 4^{mm}$
23) 1200^{m} — $72^{m}\ 3^{dm}\ 5^{cm}\ 2^{mm}$
24) 2500^{m} -- $874^{m}\ 66^{cm}\ 5^{mm}$

25) 36 Ctr. 40 ℔ = 36,40 Ctr.
— 19 „ 77 „ = 19,77 „

26) 40 Ctr. 15 ℔ — 18 Ctr. 68 ℔
27) 11 Ctr. 8 ℔ — 5 Ctr. 77 ℔
28) 7530 Ctr. — 1735 Ctr. 12 ℔

29) 51 Kgr 13 Dgr = 51,13 Kgr
— 35 „ 62 „ = 35,62 „

30) 91 Kgr 70 Dgr — 19 Kgr 37 Dgr

31) 70 Kgr 5 Dgr — 31 Kgr 84 Dgr
32) 1373 Kgr — 848 Kgr 92 Dgr
33) 14 Kgr 45 Dgr 5 gr — 8 Kgr 75 Dgr 8 gr
34) 27 Kgr 6 Dgr 2 gr — 9 Kgr 88 Dgr 5 gr
35) 10 Kgr — 4 Kgr 52 Dgr 4 gr
36) 20 Kgr — 8 Kgr 575 gr

37) 32 H^{ar} 43 ar = 32,43 Har
— 17 „ 54 „ = 17,54 „

38) 16 H^{ar} 7 ar — 8 H^{ar} 44 ar
39) 2738 H^{ar} — 987 H^{ar} 78 ar

40) 90 ar 15$\square^{m}$ = 90,15 ar
— 53 „ 52 „ = 53,52 „

41) 82 ar 5$\square^{m}$ — 28 ar 64$\square^{m}$
42) 2000 ar — 1394 ar 85$\square^{m}$
43) 45 H^{ar} 73 ar 54 $\square^{m}$ — 27 H^{ar} 69 ar 86$\square^{m}$
44) 80 H^{ar} 5 ar 27 $\square^{m}$ — 59 H^{ar} 70 ar 9$\square^{m}$

§ 39. Decimalbrüche zu multiplizieren.

Zwei Decimalbrüche werden multiplizirt, indem man sie wie ganze Zahlen multiplizirt und im Produkt so viele Zifferstellen von rechts nach links abschneidet, als beide Faktoren zusammengenommen Decimalstellen haben.

1. Beispiel. 2,15 × 16,3 d. h. 2,15 soll mit 16,3 multiplizirt werden.

```
  2,15
  16,3
 -----
   645
 1290
 215
 -----
 35045
```

Das Produkt der beiden Faktoren 215 und 163 ist ohne Rücksicht auf das Komma = 35045; da nun 2,15 rechts des Komma's 2 Decimalstellen, 16,3 deren 1 hat, also beide Faktoren zusammen 3 Decimalstellen haben, so werden im Produkt 35045 von rechts nach links 3 Ziffern abgeschnitten und das richtige Produkt ist 35,045.

Bemerkung. Bei jeder Rechnung mit Decimalzahlen soll man sich am Ende der Rechnung Rechenschaft geben, ob das Resultat auch wirklich so groß ist, als berechnet, oder ob nicht ein grober Fehler durch unrichtige Anwendung des Decimalkomma's vorgekommen ist. Im vorliegenden Beispiel kann dies schnell dadurch geschehen, daß man in

den beiden gegebenen Zahlen die Decimalstellen einen Augenblick wegläßt; dann hat man 2×16; da dieses 32 gibt, so kann das Resultat der Multiplikation der beiden Zahlen 2,15 und 16,3 offenbar nicht 3,5045 und nicht 350,45 geben, weshalb 35,045 in Bezug auf das Komma richtig sein muß.

Die vorhin angegebene Regel gilt auch für die Multiplikation einer ganzen Zahl mit einem Decimalbruch; in diesem Fall werden im Produkt, da der eine Faktor (die ganze Zahl) keine Decimalstellen hat, nur so viel Stellen von der Rechten zur Linken abgeschnitten, als der andere Faktor (der Decimalbruch) hat, wie folgendes Beispiel zeigt.

2. *Beispiel.* $24 \times 0{,}75$ d. h. 24 soll mit 0,75 multiplizirt werden.

```
    24
  0,75
------
   120
  168
------
  1800
```

Das Produkt beider Zahlen ohne Rücksicht auf das Komma ist 1800; da die beiden Faktoren zusammen 2 Decimalstellen rechts des Komma's haben (24 hat deren keine, 0,75 deren 2), so müssen im Resultat 2 Stellen von rechts nach links abgeschnitten werden, das richtige Produkt ist daher 18,00 oder 18.

Bemerkung. Anfänger könnten es auffällig finden, daß durch Multiplikation (Vermehrung) von 24 mit 0,75 nur 18 Ganze herauskommen; allein man muß nicht übersehen, daß 0,75 eigentlich $^{75}/_{100}$ oder $= {}^{3}/_{4}$ ist, und daß $24 \times {}^{3}/_{4} = {}^{72}/_{4}$ oder 18 Ganze geben muß.

Man hat sich daher zu merken, daß die Multiplikation einer *ganzen Zahl* mit einem *ächten Bruch* (oder auch mit einem ächten Decimalbruch, welcher vor dem Komma eine Null hat), immer eine *kleinere* Zahl gibt.

Die Multiplikation einer ganzen Zahl mit einem ächten Bruch läßt, genau genommen, eine doppelte Erklärung zu, und kann sowohl eine *Vermehrung* wie eine Theilung bedeuten. Z. B. ${}^{3}/_{4} \times 24$ kann heißen: Man soll $^{3}/_{4}$ 24mal nehmen. Das gibt $^{72}/_{4}$ oder 18 Ganze; hier haben wir eine *Vermehrung* des Bruches $^{3}/_{4}$ ausgeführt. ${}^{3}/_{4} \times 24$ kann aber auch umgekehrt $24 \times {}^{3}/_{4}$ geschrieben werden; und dies heißt dann: Man soll 24 $^{3}/_{4}$mal nehmen; oder besser: Man soll $^{3}/_{4}$, das ist Drei Viertel von 24

nehmen. 1/4 von 24 ist 6 und 3/4 von 24 sind 3mal 6 = 18 Ganze, wie vorhin. In diesem Fall haben wir eine Theilung der Zahl 24 ausgeführt.

3. Beispiel. 4,88 × 0,25 gibt:

```
  4,88
  0,25
 -----
  2440
  976
 -----
 12200
```

Das Produkt ohne Rücksicht auf das Komma ist 12200; da in jedem der beiden Faktoren rechts des Komma's 2 Decimalstellen sind, in beiden zusammen also 4, so müssen in 12200 von der Rechten zur Linken 4 Stellen abgeschnitten werden, das Produkt ist daher 1,2200 oder 1,22.

Anmerkung. Da 0,25 eigentlich 25/100 oder 1/4 ist, so hat man in dieser Multiplikation eigentlich 1/4 von 4,88 ausgerechnet, dieses ist 4,88 : 4 = 1,22.

Sind im Produkt nicht so viele Decimalstellen vorhanden als abgeschnitten werden sollen, so werden die fehlenden Stellen links durch Nullen ersetzt. Z. B.

4. Beispiel. 0,685 × 1,24 gibt:

```
 0,685
  1,24
 -----
 2740
 1370
 685
 -----
 84940
```

Im Produkt 84940 müssen hier, da 0,685 drei, 1,24 zwei Decimalstellen hat, 5 Stellen von der Rechten zur Linken abgestrichen werden, daher ist eine Null vorauszusetzen, und das richtige Produkt ist 0,84940 oder 0,8494.

5. Beispiel. 12,4 × 0,005 gibt:

```
  12,4
 0,005
 -----
   620
```

Da die beiden Faktoren zusammen 4 Decimalstellen haben, so sind in 620 von Rechts nach Links 4 Stellen abzuschneiden, daher ist das Produkt = 0,0620 oder = 0,062.

6. Beispiel. 0,115 × 8000 gibt:

```
 0,125
    8000
 -------
 1000000
```

Im Produkt 1000000 sind 3 Stellen abzuschneiden, daher ist das richtige Produkt = 1000,000 oder 1000.

7. Beispiel. 0,017 × 0,246 × 0,05 gibt:

246
17
1722
246
4182
5
20910

Die drei Faktoren haben zusammen 8 Decimalstellen, daher ist das Produkt = 0,00020910 oder 0,0002091.

I. Uebung.

3,52	4,698	0,51	0,493
10	100	10	1000
35,20	469,800	5,10	493,000
4,9	14,3	0,092	0,004
100	1000	1000	10000
490,0	14300,0	92,000	40,000
6,03	0,054	2,47	0,008
7	9	50	900
42,21	0,486	123,50	7,200
1800 oder	6,3	2,09 oder	5,02
6,3	1800	5,02	2,09
5400	50400	418	4518
108	63	10450	10040
11340,0 =	11340,0	10,4918 =	10,4918

3,4 × 0,15 × 10 = 5,1.
0,75 × 0,5 × 40 = 15,0.
18000 × 0,025 × 0,0002 = 0,09.
(140 — 139,75) × 1,8 = 0,45.

Die Klammern () bedeuten, daß das, was nach der Subtraktion der 139,75 von 140 übrig bleibt, mit 1,8 zu multiplizieren ist.

(13,79 + 6,21) × (89,70 — 89,65) = 1,0.

Hier muß zuerst 13,79 und 6,21 addirt, dann 89,65 von 89,70 abgezogen werden. Die beiden herauskommenden Zahlen werden alsdann multiplizirt.

(0,038 — 0,0275) × 0,48 × 80000 = 40,32.
0,2 × 0,3 = 0,06.

0,5 × 0,02 × 0,01 = 0,0001.
1593 × 0,00001684 = 0,02682612.
1,414 × 1,414 + 0,000604 = 2,0.
1,732 × 1732 + 0,000176 = 3,0.
0,0078125 × 128000 = 1000.
0,987641 × 7200 = 7111,0152.
1,0025 × 244,8 = 245,412.

II. Uebung.

1) 10×4,56	**3)** 100×2,468	**5)** 1000×1,2345
2) 10×0,789	**4)** 100×0,3579	**6)** 1000×0,7539

7) 4×0,4	**17)** 0,4×9	**27)** 0,5×0,3
8) 6×0,67	**18)** 0,7×45	**28)** 0,4×0,9
9) 8×0,842	**19)** 0,08×7	**29)** 3,2×4,8
10) 7×0,5864	**20)** 0,36×63	**30)** 4,5×7,5
11) 9×0,35798	**21)** 0,009×8	**31)** 0,2×0,94
12) 5×8,3	**22)** 0,257×52	**32)** 0,7×0,75
13) 12×7,29	**23)** 1,6×987	**33)** 9,6×3,48
14) 27×4,382	**24)** 5,23×468	**34)** 5,3×2,57
15) 36×97,67	**25)** 72,471×12	**35)** 0,58×89,4
16) 54×6,7538	**26)** 97,583×89	**36)** 2,97×73,7

37) 0,08×0,04	**40)** 42,19×876,35	**43)** 0,087×0,938
38) 0,59×0,84	**41)** 0,68×95,374	**44)** 0,068×0,0795
39) 9,46×8,72	**42)** 7,5938×4,652	**45)** 0,04152×0,058

III. Uebung.

1) 4 × 7 ℳ 56 ₰ =
756 ₰ = 7,56 ℳ.
×4 ×4

2) 9×43 ℳ 75 ₰
3) 7×135 ℳ 6 ₰
4) 6×79 HL 85 L
5) 8×273 HL 9 L
6) 5×25 Kgr 72 Dgr
7) 9×8 Ctr. 84 ℔
8) 12×37^{m} 5^{dm}
9) 34×4 Har 96 ar
10) 57×75 ar 8$\square^{m}$

11) 6×24^{m} 58^{cm} 4^{mm} =
24584^{mm} = $24{,}584^{m}$
×6 ×6

12) 13×19^{m} 4^{dm} 8^{cm}
13) 58×37^{m} 55^{cm}
14) 24×8^{m} 49^{cm} 6^{mm}
15) 8×5 Kgr 87 Dgr 3 gr
16) 63×9 Kgr 8 Dgr 5 gr
17) 45×12 Kgr 775 gr
18) 9×3 Har 25 ar 75$\square^{m}$
19) 17×5 Har 8 ar 6$\square^{m}$
20) 25×7 Har 50$\square^{m}$

21) 3,4 × 578 ℳ
22) 5,17 × 972 ℳ
23) 8,5 × 536 HL
24) 0,96 × 864 HL
25) 9,2 × 88 ar
26) 4,75 × 77 ar

27) 0,8 × 94 Ctr.
28) 3,72 × 179 Ctr.
29) 5,36 × 864^{m}
30) 2,9 × 975 Kgr
31) 7,45 × 83 Kgr
32) 9,72 × 123 Har

33 7,5 × 64 ℳ 39 ₰ =
6439 ₰ = 64,39 ℳ
×7,5 ×7,5

39) 6,4 × 8^{m} $37,8^{cm}$ =
$836,8^{cm}$ = $8,378^{m}$
×6,4 ×6,4

34) 1,2×27^{m} 84^{cm}
35) 3,4×15 Ctr. 68 ℔
36) 8,75×18 HL 96 L
37) 9,48×26 Kgr 53 Dgr
38) 5,63×9 ℳ 72 ₰

40) 2,7×3 Kgr 778,5 gr
41) 4,3×5 Har 86,34 ar
42) 8,6×47 Dgr 8,3 gr
43) 7,5×2 HL 56,8 L
44) 9,6×6 ℳ 87,5 ₰

§ 40. Decimalbrüche zu dividiren.

Bei der Division mit Decimalbrüchen beginnt man am besten mit dem einfachsten Fall, da sich die andern immer darauf zurückführen lassen.

1te Regel: Soll ein Decimalbruch mit einer **ganzen Zahl** dividirt werden, so dividirt man wie bei ganzen Zahlen und setzt im Quotient das Komma, wenn die Division in die Ganzen des Decimalbruchs (des Dividenden) zu Ende ist.

Z. B. 16,48 : 4 = 4,12

d. h. 16,48 dividirt durch 4 ist gleich 4,12. Man sagt hier: 4 in 16 geht 4mal, Komma; 4 in 4 geht 1mal; 4 in 8 geht 2mal; der Quotient ist 4,12.

Hier ist 16,48 der Dividend, 4 der Divisor und 4,12 der Quotient. —

0,96 : 24 = 0,04.

Hier sagt man: 24 in 0 Ganze geht 0mal; Komma; 24 in 9 geht 0mal; 24 in 96 geht 4mal; der Quotient ist 0,04. —

4,35 : 125

oder 4,35 dividirt durch 125 gibt folgenden Rechnungsansatz:

```
 4,35    | 125
 375     |------
-----    | 0,0348
 -600
  500
-----
 1000
 1000
-----
   —
```

Hier sagt man: 125 in 4 Ganze geht 0mal, Komma; 125 in 43 geht 0mal, 125 in 435 geht 3mal; 3mal 125 ist 375, abgezogen von 435 bleibt 60, eine Null angehängt; 125 in 600 geht 5mal, bleibt 100, eine Null angehängt; 125 in 1000 geht 8mal. Die Rechnung geht auf, also ist

$$4,35 : 125 = \frac{4,35}{125} = 0,0348.$$

I. Uebung.

59,329 : 79 = 0,751

Rechnungsansatz:

```
 59,329 | 79
 553    |------
------- | 0,751
 -402
  395
-------
  -79
 -----
   —
```

49,773 : 47 = 1,059

Rechnungsansatz:

```
 49,773 | 47
 47     |------
------- | 1,059
 -277
  235
-------
  -423
   423
 -------
    —
```

Geht die Division nicht auf, so setzt man sie so weit fort, als man will, indem man am Dividenden rechts sich Nullen angehängt denkt, z. B.

```
 24,350 | 7
 21     |--------
------- | 3,478...
 -33
  28
 ----
  -55
   49
  ----
   -60
    56
   ----
    -4
```

```
 0,740 | 124
   620 |-----------
------ | 0,005967...
  1200
  1116
 ------
  —840
   744
  -----
  -960
```

Soll eine ganze Zahl (ohne Decimalbruch) mit einer ganzen Zahl dividirt werden, so denkt man sich rechts am

Dividenden das Komma hin, und verfährt dann wie bisher, z. B.: 8 : 5 = ?; 252 : 8 = ?; 2268 : 24 = ?

8,	5		252,	8		2268,	24
5	1,6		24	31,5		216	94,5
30			-12			-108	
30			-8			96	
-			40			-120	

Ist der Divisor größer als der Dividend, so setzt man im Quotient anfangs eine Null an die Stelle der Ganzen, alsdann ein Komma, und dividirt fort wie bisher, z. B.:

2,	5	8,	16	24,	60
	0,4		0,5		0,4
1,	8	0,25	125	0,01	25
	0,125		0,002		0,0004

Bemerkung. Bei allen diesen und nachfolgenden Beispielen über Division wird dem Lernenden angerathen, die Probe der Division dadurch zu machen, daß der Quotient mit dem Divisor multiplizirt wird, wobei als Produkt wieder der Dividend herauskommen muß; z. B. in den letzten 3 Beispielen: 8 $\times$ 0,125 muß 1,0 geben; 125 $\times$ 0,002 muß 0,25 und 25 $\times$ 0,0004 muß 0,01 geben u. s. w.

2te Regel: Ein Decimalbruch wird mit einem Decimalbruch dividirt, indem man in **beiden** Decimalbrüchen das Komma um so viele Stellen zur Rechten rückt, als Decimalstellen im Divisor enthalten sind, und nun mit diesem wie mit einer ganzen Zahl dividirt.

Auf diese Art wird der Divisor-Decimalbruch immer zu einer ganzen Zahl gemacht und die Division geht nach Regel 1.

Z. B.: 0,48 : 0,16 = 48 : 16 = 3.

Hier wird der Divisor 0,16 dadurch zu einer ganzen Zahl gemacht, daß man das Komma um 2 Stellen rechts rückt, wodurch aus 16 Hunderteln 16 Ganze werden, dann muß aber auch im Dividend 0,48 das Komma um 2 Stellen rechts gerückt werden; der Grund davon ist: 16 Hundertel

sind in 48 Hunderteln ebenso oft enthalten, als 16 Ganze in 48 Ganze, nämlich 3mal. — So ist:

0,48 : 0,8 = 4,8 : 8 = 0,6.

Hier muß im Divisor 0,8 das Komma um eine Stelle und folglich im Dividenden 0,48 gleichfalls um eine Stelle rechts gerückt werden; dann ist die Division 4,8 : 8 nach Regel 1 auszuführen, und gibt 0,6 als Quotient.

Soll 4,8 mit 0,012 dividirt werden, so muß das Komma, weil der Divisor 0,012 drei Dezimalstellen hat, in beiden Zahlen um drei Stellen zur Rechten gerückt werden; dies giebt:

4,8 : 0,012 = 4800 : 12 = 400.

Soll 54 oder 54,0 mit 0,27 dividirt, mit anderen Worten: Soll untersucht werden, wie oft 27 Hundertel in 54 Ganzen enthalten sind, so muß das Komma in beiden Zahlen um 2 Stellen rechts gerückt werden, wodurch 5400,0 und 27,0 entsteht; daher ist:

54 : 0,27 = 5400 : 27 = 200.

Hier gilt eine ähnliche Bemerkung, wie in § 39. Eine ganze Zahl mit einem ächten Decimalbruch dividirt, muß immer eine größere Zahl als Quotient geben. Z. B.:

4 : 0,2 gibt 40 : 2 = 20 Ganze

4 : 0,02 gibt 400 : 2 = 200 u. s. w.

Im ersten Fall hat man zu untersuchen, wie oft 2 Zehntel in 4 Ganzen; im zweiten Fall, wie oft 2 Hundertel in 4 Ganzen enthalten sind.

Soll 60,3 durch 48,24 dividirt werden, so muß in beiden Decimalbrüchen, weil der Divisor 2 Decimalstellen hat, das Komma um 2 Stellen rechts gerückt werden, daher wird:

60,3 : 48,24 = 6030,0 : 48,24 = 1,25.

Soll 1 durch 0,0125 dividirt werden, so ist in beiden Zahlen das Komma um 4 Stellen rechts zu rücken, dann wird:

1 : 0,0125 =
10000,0 : 125,0 = 10000 : 125 = 80.

Ist endlich 24 mit 586,731 zu dividiren, so wird das Komma um 3 Stellen zur Rechten gerückt und es wird:

24 : 586,731 =
24000 : 586731 = 0,0409046 . . . .

Hier geht die Division nicht auf, weshalb, um dies anzudeuten, am Ende Punkte gesetzt werden.

II. Uebung.

805,0	:	12,88	=	62,5
80,5	:	12,88	=	6,25
8,05	:	12,88	=	0,625
805,0	:	1,288	=	625,0
805,0	:	0,1288	=	6260,0
80,5	:	1,288	=	62,5
8,05	:	1,288	=	6,25
8,05	:	128,8	=	0,0625
0,8	:	0,2	=	4
8,0	:	0,2	=	40
80,0	:	0,2	=	400
800,0	:	0,2	=	4000
1	:	125	=	0,008
10	:	125	=	0,08
100	:	125	=	0,8
1000	:	125	=	8,0
0,45507	:	0,985	=	0,462
4,5507	:	0,985	=	4,62
45,507	:	0,985	=	46,2
455,07	:	0,985	=	462,0
0,45507	:	9,85	=	0,0462
4,5507	:	9,85	=	0,462
45,507	:	9,85	=	4,62
455,07	:	9,85	=	46,2
1,2	:	4,8	=	0,25
1,2	:	0,48	=	2,5
1,2	:	0,048	=	25
1,2	:	0,0048	=	250
98,01	:	9,9	=	9,9
98,01	:	99	=	0,99
9,801	:	0,99	=	9,9
9,801	:	9,9	=	0,99
94,303	:	40,3	=	2,34
2414,957202	:	801,22	=	3,0141
7,03	:	14,8	=	0,475

44,93	: 0,21	=	213,9523....
12,130857	: 0,333	=	36,429....
389	: 0,233	=	1669,527....
0,368	: 0,00024	=	1533,333....
1,1	: 0,66	=	1,666....

Bei allen diesen Beispielen ist die Probe durch Multiplikation zu machen. Bei den letzten 5 Beispielen, wo die Division nicht aufging, muß bei der Probe durch Multiplikation noch der Rest der Division hinzuaddirt werden, wenn der Dividend ganz herauskommen soll, z. B. 1,1 : 0,66 gibt 1,666 . . ., wobei 44 (eigentlich 0,00044) als Rest bleibt. 0,66 × 1,666 ... gibt 1,09956, hiezu der Divisionsrest addirt, gibt wieder den Dividenden 1,1.

III. Uebung.

Theile **1**) 457 durch 10 **3**) 2468 d. 100 **5**) 43275 d. 1000
2) 93,8 durch 10 **4**) 579,3 d. 100 **6**) 2968,4 d. 1000

7) 9375 d. 2
8) 6107 d. 4
9) 5479 d. 8
10) 369 d. 3
11) 9307,9 d. 7
12) 714,23 d. 11
13) 70,532 d. 22
14) 6104,61 d. 9
15) 646,51 d. 17
16) 4084,101 d. 21
17) 3418,801 d. 43
18) 0,9779 d. 7
19) 7,5864 d. 8
20) 6,8003 d. 13
21) 38,164 d. 47
22) 371,4 d. 4
23) 297,9 d. 6
24) 985,8 d. 8
25) 17,34 d. 16
26) 75,58 d. 12
27) 956,8 d. 24
28) 18741,61 d. 37
29) 3712,93 d. 169
30) 1778,763 d. 497
31) 92285,752 d. 943
32) 4537,9 d. 230
33) 5501,9 d. 3700
34) 1132,7 d. 4700
35) 5216,76 d. 9000

Wie oft ist enthalten

36) 0,2 in 0,4?
37) 1,7 in 8,5?
38) 5,3 in 143,1?
39) 0,23 in 0,92?
40) 0,43 in 107,93?
41) 1,51 in 237,07?
42) 0,125 in 0,875?
43) 0,007 in 13,209?
44) 1,171 in 36,301?
45) 3,307 in 95,903?
46) 25,93 in 959,41?
47) 7,1 in 35791,1?
48) 8,3 in 135,29?
49) 3,7 in 381,47?
50) 1,9 in 37,031?
51) 12,7 in 82,931?
52) 8,11 in 38,117?
53) 3,57 in 48,195?

54) 0,5 in 6?
55) 0,24 in 45?
56) 3,2 in 48?
57) 9,56 in 239?
58) 4,25 in 10,2?
59) 9,75 in 62,4?
60) 2,125 in 39,27?
61) 0,125 in 17,3?
62) 0,32 in 13,5?
63) 1,6 in 7,48?
64) 4,2 in 18,72?
65) 5,352 in 85,4?
66) 23,9 in 8,2933?
67) 78,25 in 12,52?
68) 3,275 in 81,22?
69) 0,6798 in 9,576?
70) 35,79 in 64?
71) 93,473 in 246,3?
72) $3{,}23 \times 0{,}621 : 0{,}0437$
73) $0{,}513 \times 20{,}21 : 11{,}61$
74) $703{,}1 \times 62{,}31 : 827{,}7$
75) $0{,}7221 \times 86{,}33 : 7{,}743$
76) $1682{,}1 \times 2{,}3941 : 718{,}23$
77) $938{,}1 \times 1{,}5811 : 0{,}25917$
78) $(8{,}4527 + 1268{,}2 + 89{,}5793 + 437{,}8) : 4{,}8 =$
79) $(1086{,}1 - 976{,}87 - 0{,}579 - 59{,}0952) : 5{,}67 =$
80) $(98{,}07 + 19{,}614) \times (101{,}8615 - 99{,}7284) : 6{,}538 =$

IV. Uebung.

1) $^1/_2$ v. 371 ℳ
2) $^1/_4$ v. 983 ℳ
3) $^1/_8$ v. 1325 ℳ
4) $^1/_6$ v. 879^m
5) $^1/_{12}$ v. 3561^m
6) $^1/_{16}$ v. 3758^m
7) $^1/_5$ v. 791 HL
8) $^1/_8$ v. 3173 HL
9) $^1/_{24}$ v. 6597 Kgr
10) $^1/_{16}$ v. 5897 Kgr
11) $^1/_{28}$ v. 2513 Har
12) $^1/_{32}$ v. 9146 Har
13) $^1/_3$ v. 700^m
14) $^1/_9$ v. 663 ℳ
15) $^1/_6$ v. 725 HL
16) $^1/_7$ v. 852 Kgr
17) $^1/_{11}$ v. 917 Ctr
18) $^1/_{13}$ v. 903 Har
19) $^1/_7$ v. 9502 ℳ 78 ₰
20) $^1/_9$ v. 5150^m 7^{dm}
21) $^1/_{13}$ v. 1971 HL 97 L
22) $^1/_{17}$ v. 2346 Kgr 51 Dgr
23) $^1/_{18}$ v. 8426 Har 43 ar
24) $^1/_4$ v. 347^m 45^{cm}
25) $^1/_8$ v. 758 Kgr 356 gr
26) $^1/_{12}$ v. 583 ℳ 45 ₰
27) $^1/_{14}$ v. 501 HL 13 L
28) $^1/_{23}$ v. 738^m 87^{cm}
29) $^1/_{32}$ v. 987 Kgr 535 gr
30) $^1/_{75}$ v. 895 ℳ 64 ₰

Wie oft sind enthalten

31) 24 ℳ **in** 78 ℳ 20 ₰?
32) 72 L **in** 90 HL 72 L?
33) 86^{cm} **in** 215^m 86^{cm}?

34) 28 ar in 36 Har 12 ar?
35) 74 Dgr in 198 Kgr 32 Dgr?
36) 17 ℔ in 117 Ctr. 30 ℔?
37) 7^{m} 4^{dm} in 347^{m} 8^{dm}?
38) 4^{m} 74^{cm} in 37^{m} 92^{cm}?
39) 3 ℳ 14 ₰ in 1692 ℳ 46 ₰?
40) 2 HL 54 L in 53 HL 34 L?
41) 5 Ctr. 93 ℔ in 515 Ctr. 91 ℔?
42) 1Kgr 57 Dgr in 846 Kgr 23 Dgr?

43) 9^{dm} in 56 ^{m}?
44) 75 L in 72 HL?
45) 32 Dgr in 518 Kgr?.
46) 48 ℔ in 54 Ctr.?
47) 36 ℳ in 63 ℳ?
48) 7 ℳ 8 ₰ in 45 ℳ?
49) 2 HL 96 L in 74 HL?
50) 5^{m} 8^{cm} in 250^{m}?
51) 1 Kgr 85 Dgr in 875 Kgr?
52) 4 ar 80$\square^{m}$ in 840 ar?
53) 49^{cm} 8^{mm} in 71^{m} 21^{cm} 4^{mm}?
54) 1 Kgr 83 Dgr in 668 Kgr 865 gr?.
55) 295 gr in 72 Kgr 57 Dgr
56) 48^{cm} 9^{mm} in 73^{m} 25^{cm}?

57) Zu 6 Kleidern brauchte man 40^{m} 47^{cm} Zeug; ? zu 1 Kleide.
58) Wie viele Kleider à 5^{m} 45^{cm} geben $82{,}6^{m}$ Zeug?
59) Mit 7 ℳ 25 ₰ reicht A 1 Tag; wie lang mit 217,5 ℳ?
60) Wie oft dreht sich ein Rad von $2{,}5^{m}$ Umfang um seine Achse, bis es $3707{,}5^{Km}$ zurücklegt?
61) 8 Männer theilen 31 Har 65 ar 92$\square^{m}$; ? bekommt jeder?
62) Für 25 HL bezahlt man 1348 ℳ 50 ₰; wie viel für 1 HL?
63) Wie viel Flaschen à 0,75 L lassen sich von 2 HL 64 L füllen?
64) Wie oft lassen sich 0,64 ar von 72 Har wegmessen?

§. 41. Verwandlung gemeiner Brüche in Decimalbrüche.

Um einen gemeinen Bruch in einen Decimalbruch zu verwandeln, dividirt man mit dem Nenner in den Zähler, setzt nach dem Ganzen das Komma, und dividirt nach der in § 40 gegebenen Regel weiter, z. B.

$^5/_{16}$ soll in einen Decimalbruch verwandelt werden. Man sagt: 16 in 5 geht 0mal, Komma; 16 in 50 geht 3mal, 3mal 16 ist 48, von 50 bleibt 2; 16 in 20 geht 1mal, 1mal 16 ist 16, von 20 bleibt 4; 16 in 40 geht 2mal, 2mal 16 ist 32, von 40 bleibt 8; 16 in 80 geht 5mal. Der gesuchte Decimalbruch ist also 0,3125, oder es ist:

$$^5/_{16} = 0,3125$$

und so in allen Fällen. So wird:

$^3/_8$	= 0,375	$^1/_9$	= 0,1111...
$^{13}/_{16}$	= 0,8125	$^9/_{11}$	= 0,8181...
$^{17}/_{125}$	= 0,136	$^7/_{12}$	= 0,5833...
$^{13}/_5$	= 2,6	$^8/_{31}$	= 0,258...
$^{121}/_{25}$	= 4,84	$^{17}/_{45}$	= 0,377...
$^1/_7$	= 0,142857 142857...		

Da die einfachen gemeinen Brüche z. B. $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$, $^2/_3$, $^3/_4$ ꝛc. auch in Rechnungen mit Dezimalzahlen häufig vorkommen, so ist es gut, wenn man ein für allemal die am häufigsten vorkommenden gemeinen Brüche in Decimalbrüche verwandelt und diese sich dem Gedächtniß einprägt, was bei Anwendung der Decimalbrüche auf Arithmetik und Geometrie große Erleichterung gewährt. So ist:

$^1/_4$ =		0,25	$^1/_3$ =		0,333...
$^2/_4$ =	$^1/_2$ =	0,50	$^2/_3$ =		0,666...
$^3/_4$ =		0,75	$^3/_3$ =	1 =	1,000...
$^4/_4$ =	1 =	1,00	$^4/_3$ =	$1\,^1/_3$ =	1,333...
$^5/_4$ =		1,25	$^5/_3$ =	$1\,^2/_3$ =	1,666...
$^6/_4$ =	$1\,^1/_2$ =	1,50	$^6/_3$ =	2 =	2,000...
$^7/_4$ =	$1\,^3/_4$ =	1,75	$^7/_3$ =	$2\,^1/_3$ =	2,333...
$^1/_5$ =	$^2/_{10}$ =	0,2	$^1/_8$ =		0,125
$^2/_5$ =	$^4/_{10}$ =	0,4	$^2/_8$ =	$^1/_4$ =	0,25

$^3/_5 = {}^6/_{10} = 0{,}6$		$^3/_8 =$		$0{,}375$
$^4/_5 = {}^8/_{10} = 0{,}8$		$^4/_8 =$	$^1/_2 =$	$0{,}500$
2c.			2c.	

§ 42. Geschlossene, unendliche, periodische Decimalbrüche.

Geht bei der Verwandlung eines gemeinen Bruches in einen Decimalbruch die Division auf, so entsteht ein geschlossener Decimalbruch; z. B.:

$$^1/_8 = 0{,}125$$
$$^6/_{25} = 0{,}24 \text{ u. s. w.}$$

geht aber die Division nicht auf, so entsteht ein unendlicher oder periodischer Decimalbruch; z. B.:

$$^2/_3 = 0{,}666 \ldots \qquad ^8/_{27} = 0{,}296296 \ldots$$
$$^7/_{11} = 0{,}636363 \ldots \qquad ^1/_7 = 0{,}142857\ 142857 \ldots$$

wobei, wie aus diesen Beispielen erhellt, die Periode 1, 2, 3, 4 . . . 7ziffrig, oder auch gemischt sein kann, wie in

$$^5/_6 = 0{,}8333 \ldots \quad \text{(Periode 3)}$$
$$^{19}/_{22} = 0{,}86363 \ldots \quad (\text{„} \quad 63)$$
$$^{59}/_{72} = 0{,}819444 \ldots \quad (\text{„} \quad 4)$$

Um zu unterscheiden, welche gemeine Brüche geschlossene oder unendliche Decimalbrüche geben, gilt die Regel:

Alle gemeinen Brüche, deren Nenner aus den Zahlen 2 oder 5 oder aus einem Produkt beider bestehen, geben geschlossene Decimalbrüche; alle anderen gemeinen Brüche geben unendliche, und zwar immer periodische Decimalbrüche.

Alle gemeinen Brüche, deren Nenner 2, 4, 8, 16, 32 oder 5, 25, 125, 625 2c. oder Produkte zweier beliebigen dieser Zahlen sind, wie $5 \times 8 = 40$ oder $5 \times 32 = 160$ oder $16 \times 32 = 512$ 2c., geben also geschlossene Decimalbrüche.

Alle gemeinen Brüche dagegen, deren Nenner die Zahlen 3, 6, 9, 12 oder 15, 18, 24 oder 7, 11, 13, 17, 19 2c. als Faktor enthalten, geben unendliche periodische Decimalbrüche.

§ 43. Verwandlung von Decimalbrüchen in gemeine Brüche.

Geschlossene Decimalbrüche werden in gemeine Brüche verwandelt, indem man sie einfach als gemeine Brüche mit dem Nenner 10, 100, 1000 zc. schreibt und reducirt, wenn dies möglich ist; z. B.:

$0,125 = {}^{125}/_{1000} = {}^{25}/_{200} = {}^{5}/_{40} = {}^{1}/_{8}$
$0,42 = {}^{42}/_{100} = {}^{21}/_{50}$
$1,75 = 1{}^{75}/_{100} = 1{}^{15}/_{20} = 1{}^{3}/_{4}$ u. s. w.
$2,357 = 2{}^{357}/_{1000}$ dagegen, und
$0,51 = {}^{51}/_{100}$ lassen sich nicht weiter reduciren.

Periodische Decimalbrüche lassen sich gleichfalls in gemeine Brüche umwandeln. Hier genügt es, auf die am häufigsten vorkommenden Fälle aufmerksam zu machen. Merkt man sich nämlich, daß

$^{1}/_{9} = 0,111\ldots$
$^{2}/_{9} = 0,222\ldots$
$^{3}/_{9} = 0,333\ldots = {}^{1}/_{3}$
$^{4}/_{9} = 0,444\ldots$
$^{5}/_{9} = 0,555\ldots$
$^{6}/_{9} = 0,666\ldots = {}^{2}/_{3}$ u. s. w.

daß ferner

$^{1}/_{90} = 0,01111\ldots$
$^{2}/_{90} = 0,0222\ldots$
$^{3}/_{90} = 0,0333\ldots = {}^{1}/_{30}$ u. s. w.

daß weiters:

$^{1}/_{99} = 0,010101\ldots$
$^{2}/_{99} = 0,020202\ldots$
$^{10}/_{99} = 0,101010\ldots$
$^{65}/_{99} = 0,656565\ldots$ u. s. w. ist,

so lassen sich die periodischen Decimalbrüche mit einziffriger Periode auf 9tel, diejenigen mit zweiziffriger Periode auf 99tel u. s. w. zurückführen. Hienach ist z. B.:

$0,777\ldots = {}^{7}/_{9}$
$0,666\ldots = {}^{6}/_{9} = {}^{2}/_{3}$
$0,1666\ldots = 0,1 + 0,0666\ldots$
$= {}^{1}/_{10} + {}^{6}/_{90} = {}^{1}/_{6}$

$$0{,}2444\ldots = 0{,}2 + 0{,}0444\ldots$$
$$= {}^{2}/_{10} + {}^{4}/_{90} = {}^{22}/_{90} = {}^{11}/_{45}$$
$$0{,}4166\ldots = 0{,}41 + 0{,}00666\ldots$$
$$= {}^{41}/_{100} + {}^{6}/_{900} = {}^{375}/_{900} = {}^{5}/_{12}$$
$$1{,}5333\ldots = 1^{5}/_{10} + {}^{3}/_{90} = 1^{8}/_{15}$$
$$0{,}60999\ldots = {}^{60}/_{100} + {}^{9}/_{900} = {}^{60}/_{100} + {}^{1}/_{100}$$
$$= {}^{61}/_{100} = 0{,}61$$

d. h. für 0,60999 . . . ist 0,61 zu setzen; so ist auch $0{,}1999\ldots = {}^{1}/_{10} + {}^{9}/_{90} = {}^{1}/_{10} + {}^{1}/_{10} = {}^{2}/_{10} = 0{,}2$ u. s. w.

Anhang.

Vermischte Aufgaben über die vier Rechnungsarten mit benannten Decimalzahlen.

1) Eine Frau hat 4 Stücke Leinwand; das eine Stück mißt $20^{m}\ 5^{dm}\ 8^{cm}$; das andere $24^{m}\ 7^{dm}\ 4^{cm}$; das dritte $18^{m}\ 9^{dm}$ und das vierte $25^{m}\ 6^{cm}$; wieviele ^{m} ^{dm} und ^{cm} Leinwand hat sie im Ganzen?

2) Das erste Stockwerk eines Hauses beträgt $4^{m}\ 8^{dm}\ 5^{cm}$; das zweite $3^{m}\ 9^{dm}\ 6^{cm}$, und das Dach $7^{m}\ 8^{dm}\ 4^{cm}$; wie hoch ist das Haus?

3) Von einer im Bau begriffenen Eisenbahn sind 1854 Km 368^{m} fertig, 938 Km 634^{m} aber noch zu bauen; wie lang ist die Strecke?

4) Eine Linie von $1^{m}\ 83^{cm}$ und 5^{mm} wurde um $92^{cm}\ 8^{mm}$ verlängert; wie lang ist sie nun?

5) Ein Eisenbahn-Personenzug braucht zu der Strecke von A nach B 3 Stunden 35 Minuten Fahrzeit. Um wie viel Uhr wird ein des Abends 6 Uhr 45 Minuten von A abgehender Zug in B ankommen?

6) Jemand nimmt an einem Tage ein: 5 ℳ 10 ₰, 10 ℳ 5 ₰, 16 ℳ 25 ₰ und 61 ℳ 2 ₰; wie groß ist die Einnahme?

7) Auf einem Oekonomiegute wurde gesät: 8 HL 9 L Weizen, 14 HL 15 L Korn, 17 HL 50 L Gerste und 10 HL 70 L Haber; wieviel Getreide wurde gesät?

8) Ein Cafetier hat im I. Quartal 2 Ctr. 63 ℔, im II. Quartal 1 Ctr. 98 ℔, im III. Quartal 2 Ctr. 87 ℔, im IV. Quartal 3 Ctr. 25 ℔ Zucker verabreicht; wieviel während des ganzen Jahres?

9) Es hat Jemand 2,45 H^{ar} Wiesen, 10,38 H^{ar} Ackerland, 21,70 H^{ar} Waldung, 5,84 H^{ar} Hopfengärten, wieviel beträgt sein Grundbesitz?

10) Ein Buchdrucker empfing von einem Papierfabrikanten folgendes Papier:

9 Ballen	3 Ries	16 Buch	20 Bogen,
11 „	5 „	9 „	15 „
8 „	9 „	17 „	21 „
5 „	3 „	14 „	10 „
11 „	1 „	8 „	12 „

Wie hoch beläuft sich sein Empfang?

11) Von einem Ballen Tuch, welcher 22^{m} enthält, werden 7^{m} 4^{dm} verkauft, wieviel beträgt der Rest?

12) Von einer Eisenbahn, welche 361 Km lang werden soll, sind 198 Km 872^{m} vollendet; wie lang ist die noch zu fertigende Strecke?

13) Von 1842 ℳ wurden 1472 ℳ 9 ₰ ausgegeben, wieviel ist noch übrig?

14) Ein Kaufmann kauft den Meter Tuch um 8 ℳ 70 ₰ und verkauft denselben um 10 ℳ 25 ₰; wieviel gewinnt er am Meter?

15) Der Planet Merkur bewegt sich um die Sonne in 87 Tagen 23 Stunden 14 Minuten 26 Sekunden; der Planet Venus aber in 224 Tagen 16 Stunden 41 Minuten 32 Sekunden; um wieviel Zeit braucht Venus zur Bewegung um die Sonne mehr?

16) Eine Waare wird für 113 ℳ 45 ₰ eingekauft und für 141 ℳ 24 ₰ verkauft; wieviel wird beim Verkaufe gewonnen oder verloren?

17) Ein Weinhändler hat 233 HL vorräthigen Wein; davon setzt er ab 69 HL 77 L; wieviel bleibt ihm noch?

18) Jemand bezahlt von einer Erbschaft 1736 ℳ 85 ₰ Schulden und hat dann noch 5378 ℳ 56 ₰; wieviel hat er geerbt?

19) Von 1000 ℳ werden 236 ℳ 48 ₰, 87 ℳ 60 ₰, 165 ℳ 9 ₰, 96 ℳ 16 ₰ und 372 ℳ 80 ₰ ausgegeben; wieviel bleibt übrig?

20) Von 4 Fässern mit Oel wiegt das erste 213,48 Kgr, das andere 258,64 Kgr, das dritte 309,57 Kgr und das vierte 215,54 Kgr; die vier leeren Fässer wiegen 56 Kgr 38 Dgr; wieviel beträgt das Oelgewicht?

21) Bei einer Waare werden vom Ctr. Brutto 8,3 ℔ Tara gerechnet; wieviel beträgt das Netto von Ctr 5,85 Brutto?

22) Von zwei Stücken einer Waare kostet das eine 268 ℳ 47 ₰, das andere 169 ℳ 85 ₰; a. was kosten beide zusammen und b) wieviel kostet das eine mehr als das andere?

23) Ein Mann nahm in einer Woche 18 ℳ 75 ₰, in der nächsten 21 ℳ 39 ₰, in der folgenden 24 ℳ 6 ₰ ein; wieviel nahm er in den drei Wochen zusammen ein und um wieviel übertrifft die Einnahme der beiden ersten Wochen jene der dritten?

24) Wie viele Kgr und gr Blei braucht man zu 48000 Flintenkugeln, wenn jede Kugel 33 gr 4 dgr wiegt?

25) Ein Landmann hat 4 HL und 85 L ausgesät und macht eine 8fache Ernte; wieviel erntet er?

26) Ein Eisenbahnzug legt in einer Sekunde 1 Dm 4 dm zurück; welchen Weg macht er in einer Stunde?

27) Jemand kauft 7 Baumstämme mit je 785 ^{cdm} Inhalt; was hat er dafür zu bezahlen, wenn der ^{cdm} mit 14 ₰ bezahlt wird?

28) 1^{m} graues Manteltuch kostet 9 ℳ 25 ₰; wie berechnen sich 3^{m} 35^{cm}?

29) 0,5^{m} Zeug kosten 96 ₰; wieviel kosten 0,9^{m}?

30) Wie hoch berechnet sich eine Fuhre Heu, wenn der Wagen mit dem Heu 36 Ctr. 14 ℔, ohne Heu 10 Ctr. 47 ℔ wiegt, der Ctr. Heu 3 ℳ 25 ₰ kostet?

31) Zur Pflasterung eines Ganges braucht man 625 Steine, von denen jeder 14□^{dm} 38□^{cm} Fläche hat; wieviel □^{m} faßt der Gang?

32) Wenn ein Wirth täglich 2 HL 55 L Bier ausschenkt, was macht dies in 4 Wochen?

33) Eine gewisse Arbeit kann von 48 Mann in 15 Tagen gemacht werden; wieviel Mann sind erforderlich, wenn dieselbe Arbeit in 1 Tage fertig werden soll?

34) 24^{m} Tuch werden mit 210 ℳ bezahlt; wie hoch kommt 1^{m}?

35) Eine Straße, von einem Schlosse ausgehend, soll auf beiden Seiten mit Obstbäumen bepflanzt werden, so daß jeder 5^{m} 6^{dm} entfernt ist; wieviele solcher Bäume sind nothwendig, wenn die Länge der Straße 1 Km 400^{m} beträgt?

36) Wieviele Steinplatten von 26 $\square^{dm}$ Größe braucht man, um einen Platz von 117 $\square^{m}$ 52^{dm} zu pflastern?

37) Wenn 7 Stück einer Waare 41 ℳ 23 ₰ kosten, was kostet 1 Stück?

38) 78 ℳ 19 ₰ sollen so vertheilt werden, daß jede Person 11 ℳ 17 ₰ erhält; wieviele Personen sind es?

39) Die Höhe einer Treppe soll 4^{m} 5^{dm} und die Höhe jeder Stufe 18^{cm} betragen; wieviel Stufen muß die Treppe erhalten?

40) Ein Dreieck hat einen Umfang von $2{,}31^{m}$; die eine Seite desselben beträgt $0{,}847^{m}$, die andere $0{,}698^{m}$; wie groß ist die dritte?

41) A tauscht für 24,5 L Wein 1 HL Roggen ein; wieviel HL Roggen wird er für 85,75 L Wein erhalten?

42) $3{,}33^{m}$ Leinwand geben 1 Hemd; wieviele Hemden geben $39{,}96^{m}$?

43) A kauft ein Haus um 11682 ℳ und zahlt jährlich 778 ℳ 80 ₰ ab; nach wieviel Jahren wird die ganze Summe abgetragen sein?

44) Wieviele Mäntel lassen sich aus 93^{m} 80^{cm} Tuch fertigen, wenn zu einem Mantel 3^{m} 35^{cm} verwendet werden?

45) Zu einer Gradauszeichnung bedarf man 1^{m} 34^{cm} Tressen; wieviele Auszeichnungen geben 30^{m} 82^{cm}?

46) Wenn 12 Stück einer Waare 28 ℳ 56 ₰ kosten, was kosten 19 Stücke?

47) Zu einem Bette rechnet man 24^{m} Barchent und auf jeden Meter Barchent 25 Dgr Federn. Was kostet das Bett, wenn der Meter Barchent 75 ₰ und das ℔ Federn 4 ℳ 50 ₰ kostet?

48) A kauft das ℔ einer Waare um 90 ₰ und ein andermal 58 Kgr um 98 ℳ 60 ₰; was beträgt der Preisunterschied per ℔ und per Kgr?

49) Ludwig der Bayer gelangte am 20. Oktober 1314 auf den deutschen Kaiserthron und starb den 11. Oktober 1347; wie lange regierte er?

50) Friedrich von Schiller wurde geboren den 10. November 1759 und erreichte ein Alter von 45 Jahren 5 Monaten und 29 Tagen; wann starb er?

51) Man bezieht 83 HL Wein und zahlt einschließlich der Fracht von 2 ℳ 75 ₰ per HL im Ganzen 12678 ℳ 25 ₰; wie hoch kommt ein HL ohne Fracht?

52) Wenn 1 Kgr Soda 6 Hgr 2 Dgr 8gr 5 mgr Wasser enthält, wieviel wasserfreie Soda ist sodann in 60 ℔ käuflicher Soda enthalten?

53) Man kauft 33 HL Wein à 77 ℳ und zahlt für Fracht 24 ℳ 75 ₰; durch Unvorsichtigkeit laufen beim Transport 5 HL aus. Wenn man trotzdem beim Verkaufe des übrigen Weines 80 ℳ 25 ₰ gewinnen will, wie theuer muß ein HL verkauft werden?

54) 5000 ℳ sind unter 3 Personen A, B, C so zu vertheilen, daß B um 500 ℳ mehr als A und C um 1000 ℳ mehr als B erhält; wieviel erhält jeder?

55) 10000 ℳ sind unter 4 Personen so zu vertheilen, daß A 10 ℳ mehr als B, C 10 ℳ mehr als B und D 10 ℳ weniger als A erhält; was erhält jede Person?

56) Eine Petroleumlampe brennt mit 1 ℔ Petroleum, welches 20 ₰ kostet, 10 Stunden lang; was kostet die Beleuchtung per Stunde? Was für die 6 Wintermonate, wenn die Lampe täglich durchschnittlich 2 Stunden brennt?

57) 3 Weinhändler lassen sich 150 HL Wein kommen und müssen hiefür 5175 ℳ bezahlen. A nimmt hievon den 4. Theil, B vom Reste die Hälfte und C das Uebrige; wieviel hat jeder zu bezahlen?

58) Wenn während eines Tages nach gleichen Zeiträumen der Thermometer nach Réaumur folgende Wärmegrade zeigt: 6°, 8°, 10°, 13°, 18°, 17°, 14°, 11° und 7°; welches ist der mittlere Thermometerstand?

Theoretisch-praktischer Unterricht im Rechnen zunächst für die Unteroffiziers-Adspiranten-Schulen der deutschen Armee

München 1876